TOME 18 — N° 11 — NOVEMBRE 1957

LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

ÉTUDES SUR LA TRANSMUTATION $^{241}Am \underset{\gamma}{\overset{\alpha}{-}} {}^{237}Np$

Par SALOMON ROSENBLUM, MANUEL VALADARES
Laboratoire de l'Aimant-Permanent à Bellevue.

et JOHN MILSTED,
Atomic Energy Research Establishment, Harwell.

Introduction. — En 1953 nous avons repris l'étude de la structure fine du spectre α de $^{241}Am \underset{\gamma}{\overset{\alpha}{-}} {}^{237}Np$ que venaient de signaler Asaro, Reynolds et Perlman. En effet, l'examen du rayonnement γ de cet élément par Beling, Newton et Rose concordait mal avec le schéma de niveaux basé sur l'étude de la structure fine par Asaro, Reynolds et Perlman. Sur nos premiers clichés obtenus, la raie de petite intensité admise comme fondamentale par Asaro, Reynolds et Perlman (à 71 keV devant le groupe principal de l'Am) n'existait pas et nous admettions qu'elle était due à une impureté présente dans leur source, ce qui expliquerait la difficulté soulevée par Beling, Newton et Rose. Au cours de notre étude Asaro et Perlman avaient eux-mêmes publié un nouveau travail sur le spectre α de l'Am, où ils pouvaient expliquer la présence de la faible composante en question comme étant due à un défaut d'appareillage. Comme d'autre part nous avions trouvé nous-mêmes une nouvelle composante très peu intense (α_5), non signalée par Asaro et Perlman, du côté des faibles vitesses (1), nous avions retardé notre publication, dans l'espoir de mieux préciser les nouveaux résultats. Ayant remarqué, au cours de notre travail sur le spectre α, que le spectre d'électrons de conversion était mal connu, nous avons simultanément attaqué avec les mêmes sources rayonnantes l'étude du spectre d'électrons dont nous avons publié les principaux résultats en 1954. De nombreux travaux sur les rayonnements émis au cours de cette transmutation ont paru depuis et, récemment, l'étude du spectre α et du spectre de conversion a été reprise en U. R. S. S. Dans cette publication nous donnons pour la première fois nos résultats obtenus sur la structure fine du spectre α de l'américium 241, ainsi que nos résultats les plus récents sur le spectre de conversion. Nous comparons l'ensemble des résultats acquis pour le schéma de niveaux $^{241}Am \underset{\gamma}{\overset{\alpha}{-}} {}^{237}Np$.

(1) Ce résultat obtenu, à Bellevue, a été signalé dans la publication de Bohr, Fröman et Mottelson [9].

I. Préparation des sources.

— L'américium 241 était formé par désintégration β du plutonium 241 dans une préparation de plutonium chimiquement pur. Du fait que le plutonium 241 était le seul isotope de plutonium présent qui soit émetteur β, l'américium 241 formé était isotopiquement pur. Il a été séparé du plutonium et purifié par des méthodes d'échange d'ions et précipitation, semblables à celles déjà décrites par l'un de nous [26].

Les sources étaient préparées par sublimation, à la température de 2 000 °C, de l'oxyde déposé préalablement sur un filament de tantale et condensé sur un disque froid de platine poli dans un vide élevé. La surface du dépôt était limité par une fenêtre placée sur le disque de platine. Une description détaillée de cet appareillage a déjà été faite [26].

Les sources d'américium 241, préparées à Harwell, émettaient 10^4 à 10^5 particules α par seconde.

TABLEAU I

Spectre α $^{241}Am \rightarrow ^{237}Np$

Raies	Asaro et Perlman Énergie (keV)	Int.	Goldin, Novikova et Tretyakov Énergie (keV)	Int.	Rosenblum, Valadares et Milsted Énergie (keV)	Int.
—	—	—	—	—	—	—
α_0	5 535	0,40	5 540,8	0,46	5 534	0,41
α_1	5 503	0,25	5 508,2	0,28	5 500	0,27
α_2	5 476	100	5 482,0	100	5 477	100
α_3	5 433	16,2	5 439,1	15,1	5 435	14,8
α_4	5 379	1,68	5 386,0	1,95	5 378	2,05
α_5	—	—	5 321	0,018	5 311	0,015
α_6	—	—	5 421 (?)	$0,002_5$	—	—

II. **Spectre α.** — La première mesure de l'énergie des particules α émises par ^{241}Am a été faite par Ghiorso (1948) en employant une chambre d'ionisation accouplée à un discriminateur d'impulsions (travail non publié, cité dans la *thèse* d'Asaro) ; Ghiorso a observé que le spectre α était complexe, mais la méthode ne permettait pas de le séparer dans ses différentes composantes. Il a obtenu comme énergie moyenne des particules α de la valeur 5,48 MeV, Asaro, Reynolds et Perlman ont ensuite étudié ce spectre α par spectrographie magnétique [1] en observant plusieurs raies. En 1955 Goldin, Novikova et Tretyakov ont publié les résultats d'une nouvelle analyse par spectrographie magnétique de ce spectre.

Nous donnons dans le tableau I tous les résultats de l'étude par spectrographie magnétique des spectres α obtenus par ces auteurs et par nous-mêmes en utilisant trois appareils de type différent. En effet, l'appareil d'Asaro est du type à prisme magnétique de 60°, tandis que celui de Goldin et coll. est du type de double focalisation de 254°. Finalement, celui que nous utilisons est du type classique à focalisation simple de 180°, mais le seul à champ magnétique permanent. Dans tous les cas les auteurs utilisent des plaques nucléaires permettant le dénombrement individuel des traces α.

Toutes les mesures d'énergies sont relatives. Asaro a pris comme étalons ^{222}Rn (α = 5 486 keV) et ^{210}Po (α = 5 298 keV) ; Goldin et coll. ont employé ^{210}Po comme étalon et finalement nous nous sommes servis du spectre α du Th *C* comme référence (α_1 = 6 086 keV).

L'existence dans notre source de traces de ^{239}Pu nous a permis de déterminer pour le groupe principal du spectre α de cet élément la valeur 5 150 keV en parfait accord avec la valeur obtenue par Asaro.

Remarquons que nos valeurs des énergies des différents groupes α sont en meilleur accord avec les nombres donnés par Asaro. Le désaccord systématique d'environ 6 — 7 keV avec les valeurs des auteurs russes ne nous semble toutefois pas significatif, vu les erreurs inhérentes à la méthode.

Constatons, finalement, le très bon accord entre les trois recherches concernant les intensités des différentes raies du spectre α de l'américium 241.

Les figures 1, 2 et 3 reproduisent les résultats de l'analyse au microscope de quelques spectres obtenus à Bellevue.

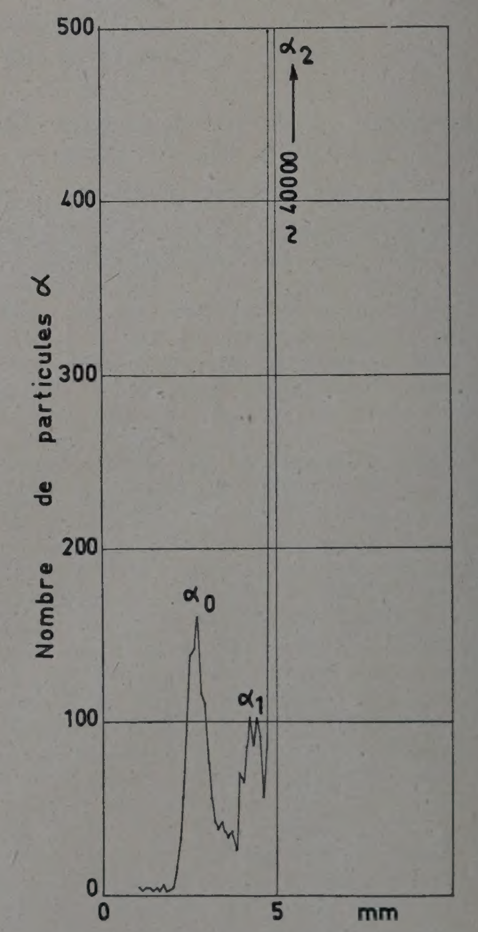


Fig. 1. — Raies α_0 et α_1 du spectre α émis par l'américium 241.

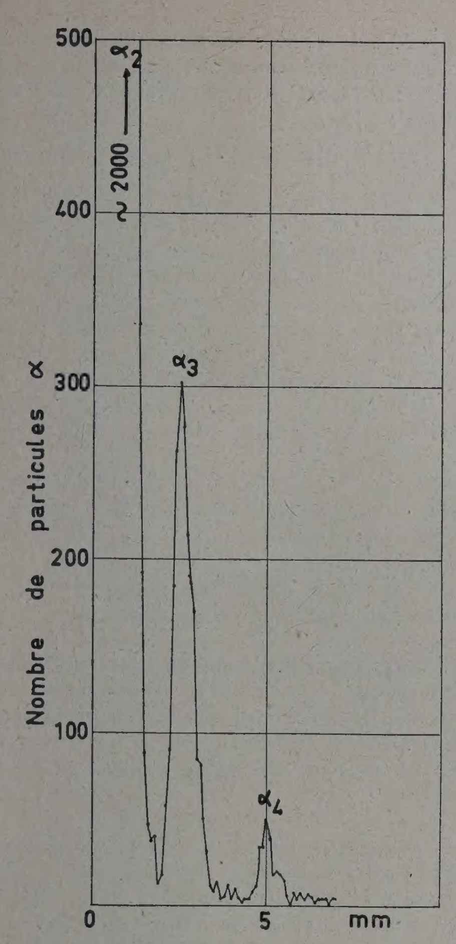


Fig. 2. — Raies α_3 et α_4 du spectre α émis par l'américium 241.

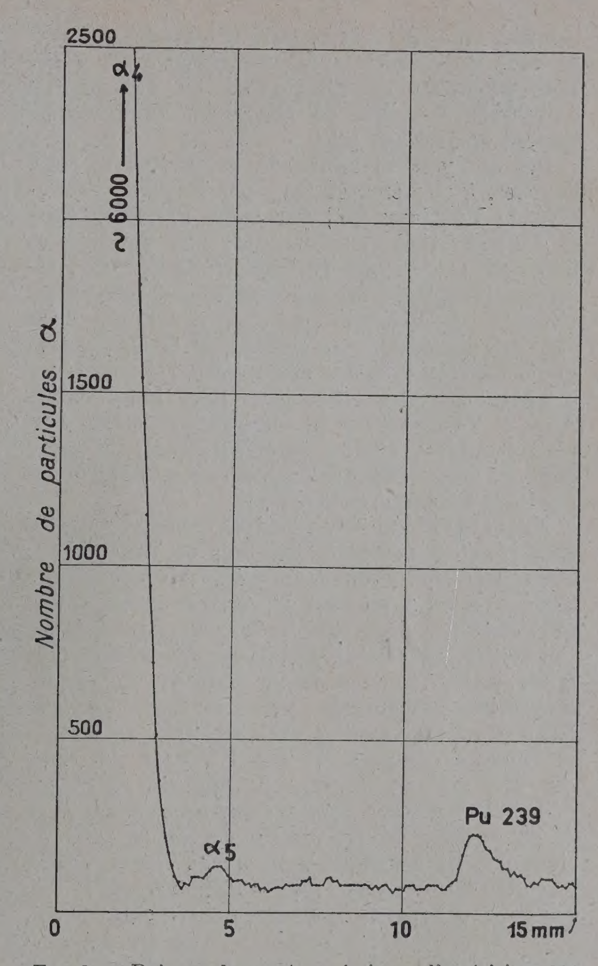


Fig. 3. — Raies α_5 du spectre α émis par l'américium 241.

III. **Spectre d'électrons de conversion.** — Les premières expériences dans lesquelles on a étudié les électrons de conversion émis au cours de la transmutation ^{241}Am → ^{237}Np ont été réalisées par O'Kelley [30], qui a observé les principales raies de conversion d'un rayonnement γ de 59 keV, et par Prohaska [32] qui a étudié, par une méthode d'absorption, les coïncidences entre ces électrons et les particules α. Ensuite Dunlavey et Seaborg [17] ont employé des plaques nucléaires permettant l'examen individuel soit des particules α, soit des électrons ; l'américium était introduit dans l'émulsion et l'examen des plaques après développement permettait d'étudier les électrons de conversion associés aux particules α. Ces auteurs ont observé un spectre complexe d'électrons, mais le faible pouvoir séparateur de la méthode ne permettait pas de le décomposer en raies.

Freedman, Wagner Jr. et Engelkemeir [19], en employant un spectromètre à double lentille, ont étudié le spectre d'électrons de conversion et observé quatre raies dans la région de 23 à 53 keV ; trois de ces raies correspondaient à la conversion du rayonnement de 59 keV et la raie de plus faible

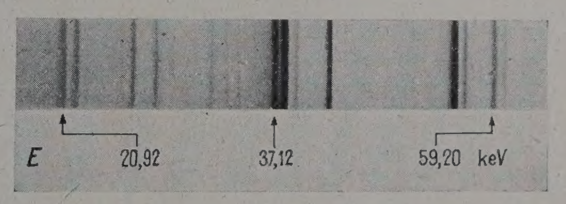


Fig. 4. — Spectre d'électrons de conversion dans la région de 20 à 60 keV.

énergie à la conversion d'un rayonnement de 41 keV.

Turner, en employant un spectromètre à lentille, a observé plusieurs raies de conversion (rayon-

nements γ de 32, 42 et 59 keV) et a étudié, à l'aide de deux spectromètres, les coïncidences $e^- - e^-$. Les recherches en coïncidence lui ont permis d'observer des raies de conversion d'un rayonnement de 55,4 keV [37].

Des analyses détaillées de ce spectre ont été données, à la même époque, par Milsted, Rosenblum et Valadares [27], par Jaffe, Passel, Browne et Perlman [24] et, plus tard, par Baranov et Shlyagin [4] et par Hollander, Smith et Rasmussen [23]. Dans ces différentes recherches seuls Baranov et Shlyagin ont pu descendre dans l'analyse du spectre au-dessous de 10 keV parce qu'ils utilisaient comme détecteur des électrons un compteur à fenêtre très mince. Rosenblum, Sant'-Anna et Valadares ont pu, malgré l'emploi du film photographique comme détecteur, analyser également les basses régions du spectre en accélérant les électrons à la sortie de la source.

Nous avons refait dernièrement quelques mesures concernant le spectre d'électrons de conversion ; d'une part nous avons employé un champ magnétique plus faible (environ 30 œrsted) qu'avant, ce qui nous a permis de mieux séparer certaines raies. Par contre, dans le but d'observer des raies de très faible intensité, nous avons employé un champ magnétique beaucoup plus intense (environ 300 œrsted) ; dans ce cas, naturellement, la mesure de l'énergie des raies est moins précise. Ajoutons que nos mesures antérieures ont été effectuées en utilisant comme raies étalons les raies A, B et E du spectre de conversion du dépôt actif de thoron, pour lesquelles nous avons admis respectivement les valeurs. $BR = 533{,}66$ gauss $\times$ cm, $BR = 651{,}9$ gauss $\times$ cm et $BR = 1\,109$ gauss $\times$ cm.

La valeur de BR de la raie A avait été déterminée par Craig [15] et les valeurs de BR des raies B et E étaient des moyennes de mesures antérieures moins précises réalisées par différents auteurs. Pour nos mesures actuelles nous avons employé les mêmes raies étalons, mais en leur attribuant les valeurs suivantes :

$$\text{raie } A,\ BR = 534{,}21 \text{ gauss} \times \text{cm} ;$$

raie B, $BR = 652{,}40$ gauss $\times$ cm et raie E, $BR = 1\,110$ gauss $\times$ cm ; les deux premières valeurs sont celles déterminées par K. Siegbahn et Edvarson [36]. Remarquons que la valeur de la raie E moins précise n'intervient pratiquement que pour les raies d'électrons de conversion d'énergie supérieure à 70 keV. Finalement, la conversion des BR (gauss $\times$ cm) en énergie (keV) a été faite à l'aide des tables de T. R. Gerholm, in *Beta-and gamma-ray spectroscopy*, édité par Kaï Siegbahn (Amsterdam, 1955).

Le tableau II contient l'ensemble des résultats obtenus dans les études détaillées de ce spectre ; la dernière colonne rassemble les valeurs données par Rosenblum, Dionisio et Valadares, en ce qui concerne la région des faibles énergies, et les nouvelles valeurs que nous avons obtenues.

IV. **Classement des raies du spectre d'électrons de conversion.** — L'étude de la structure fine du spectre α et l'examen, par spectrographie cristalline, du rayonnement γ émis par $^{237}Np^*$, ont permis de classer la plupart des raies d'électrons de conversion :

Rayonnement γ de 26 keV. — Les photons de ce rayonnement ont été détectés par compteur proportionnel (Beling, Newton et Rose, 1952), par spectrographie cristalline (Browne, 1952 ; Day, 1955) et par spectrographie à scintillations (Freedman, Wagner et Engelkemeir, 1952 ; Magnusson et Engelkemeir, 1956).

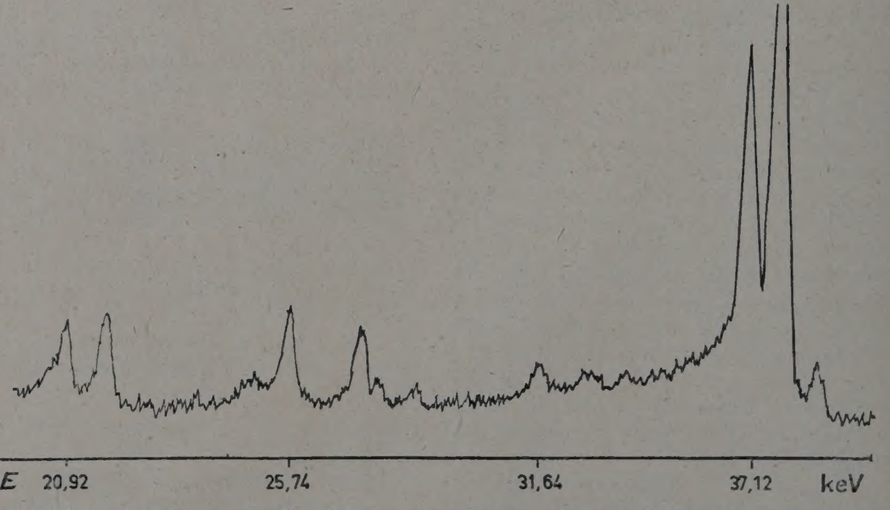


Fig. 5. — Microphotogramme du spectre de raies de conversion dans la région de 20 à 39 keV (dispersion moyenne).

TABLEAU II

Milsted, Rosenblum et Valadares (1954)		Jaffe, Passell Browne et Perlman (1955)		Baranov et Shlyagin (1955)		Hollander, Smith et Rasmussen (1956)		Nos résultats (1957)	
E (keV)	Int.	*E* (keV)	Int.	*E* (keV)	Int.	*E* (keV)	Int.	*E* (keV)	Int.
								2,9	
—	—	—	—	4,0	9,0	—	—	3,83	m
—	—	—	—	4,85	20,0	—	—	4,72	f
—	—	—	—	—	—	—	—	7,53	m
—	—	—	—	8,75	13,3	—	—	8,64	t. f.
—	—	—	—	—	—	—	—	9,22	m
9,93	t. f.	—	—	—	—	—	—	9,94	m
10,70	m	10.6	0,067	10,75	50,8	10,82	f	10,72	m
11,56	m	11.5	—	11,60	11,6	11,62	t. t. f.	11,56	m
12,20	t. f.	—	—	—	—	12,22	t. t. f.	12,32	f
12,98	f (large)	—	—	—	—	13,14	t. t. f.	13,03	m
13,89	m	—	—	—	—	14,02	t. t. f.	13,89	m
14,75	f	—	—	—	—	14,85	t. f.	14,72	f
15,52	m	—	—	15,64	—	15,55	t. t. f.	15,53	m
—	—	—	—	—	—	—	—	16,34	t. f.
16,78	f	—	—	—	—	—	—	16,88	f
—	—	—	—	—	—	—	—	17,55	t. f.
20,66	m			20,60	—	20,61	t. f.	20,65	m
20,92	F	20,8	0,017	20,98	16,8	21,05	m	20,92	F
21,77	F	21,8	0,035	21,78	32,7	21,87	m	21,77	F
22,37	f	—	—	—	—	—	—	22,37	f
24,89	m	25,0	0,0068	24,84	26,0	25,00	t. f.	24,88	m
25,77	F	25,8	0,039	25,79	25,6	25,85	m	25,74	F
27,41	F	27,3	0,018	27,52	—	27,46	m	27,40	F
27,74	m	—	—	27,81	34,0	27,84	f	27,74	m
28,66	m	28,7	0,0012	28,81	—	28,80	f	28,70	m
31,62	m	31,7	0,004	31,78	11,0	31,73	f. m.	31,64	m
—	—	—	—	—	—	31,92	t. f.	—	
—	—	—	—	—	—	32,15	t. f.	—	
—	—	—	—	—	—	32,45	t. f.	—	
—	—	—	—	—	—	32,87	t. f.	32,84	f
33,13	m (large)	—	—	33,05	4	33,14	t. f.	33,10	m
33,87	m	—	—	33,98	2,8	33,99	f	33,87	m
37,15	t. F.	37,1	0,236	37,18	72,7	37,16	F	37,12	t. F.
—	—	—	—	37,65	11,5	37,71	f	—	—
38,02	t. F.	—	—	38,05	154,6	37,98	t. F.	37,95	t. F.
38,99	m	38,8	0,0015	38,98	—	39,05	f	38,98	m
41,97	t. F.	42,0	0,054	41,97	33,0	41,96	F	41,95	t. F.
42,27	f	—	—	—	—	42,37		42,26	f
43,03	f	—	—	43,12	2,8	43,20	t. f.	43,01	f
—	—	—	—	—	—	—	—	45,3	t. t. f.
—	—	—	—	—	—	—	—	47,6	t. t. f.
49,78	f	—	—	49,83	—	49,78	t. t. f.	49,76	f
50,10	f	—	—	—	—	50,23	t. t. f.	50,10	f
50,87	f	—	—	51,13	3,2	51,14	t. t. f.	50,96	f
—	—	—	—	51,61		—	—	—	—
53,88	t. F.	—	—	53,85	17,8	53,83	F	53,82	t. F.
54,28	t. F.	54,4	0,064	54,24	38,8	54,21	F.	54,22	t. F.
55,18	F	—	—	55,20	13,7	55,13	m. F.	55,10	F
55,74	f	—	—	55,84	—	55,74	t. f.	55,68	F
—	—	—	—	—	—	55,87	t. f.	—	—
						58,07	m	58,05	F
58,22	F			58,14	14,8				
						58,25	m	58,22	F
—	—	—	—	—	—	58,49	f	—	—
—	—	—	—	—	—	58,79	t. f.	—	—
59,26	m	59,2	0,014	59,26	4,2	59,31	f. m.	59,20	m
—	—	—	—	—	—	59,53	t. t. f.	—	—
77,33	f	77,9	0,00062	76,41		77,37	f	77,26	f
				77,73					
81,35	f	81,5	0,00037	81,28		81,40	f	81,30	f
93,44	t. f.	95	0,00031	93,36		—	—	93,44	t. f.
94,40	t. f.	—	—	94,32		—	—	94,40	t. f.
—	—	—	—	—	—	—	—	97,7	t. t. f.

(1) *Note.* — Début d'une bande qui se prolonge vers les faibles énergies.

Nous avons observé cinq raies de conversion que l'on peut classer dans le tableau ci-dessous :

$$
\begin{aligned}
3{,}83 + 22{,}41\ (L_{\mathrm{I}}) &= 26{,}25 \\
4{,}72 + 21{,}59\ (L_{\mathrm{II}}) &= 26{,}31 \\
8{,}64 + 17{,}61\ (L_{\mathrm{III}}) &= 26{,}25 \\
20{,}65 + 5{,}74\ (M_{\mathrm{I}}) &= 26{,}39 \\
24{,}88 + 1{,}50\ (N_{\mathrm{I}}) &= 26{,}38 \\
\text{Moyenne pondérée} &= 26{,}34
\end{aligned}
$$

Les raies de conversion en $M_{\mathrm{II,III}}$ et O sont cachées par des raies fortes correspondant à la conversion d'autres rayonnements γ. La raie de 22,37 keV pourrait correspondre à la conversion en M_{IV} de ce même rayonnement, mais le fait qu'aucun autre auteur ne l'ait observée laisse incertaine sont attribution au spectre de la transmutation Am $\rightarrow$ Np. Il s'agit, peut-être, d'une impureté.

Comme la mesure de l'énergie des raies 20,65 et 24,88 keV est plus précise que celle des raies de conversion en L, nous avons calculé une moyenne pondérée en attribuant un coefficient 1 aux trois raies de conversion en L et un coefficient 2 aux raies de conversion en M et N.

Beling, Newton et Rose ont conclu que le rayonnement de 26,3 keV est un dipôle électrique. D'après l'étude du spectre α, les transitions de 26,3 keV et 33,1 keV ont sensiblement la même probabilité ; or, comme le rayonnement de 33,1 keV est un mélange ($M1 + E2$), le rayonnement de 26,3 keV, s'il est un $E1$, doit être, par rapport à celui de 33,1 keV beaucoup plus intense en photons et beaucoup plus faible en électrons de conversion. C'est ce que l'expérience confirme ; en effet, d'après les recherches de Day, par spectrographie cristalline, les intensités en photons des rayonnements de 26,3 et 33,1 keV sont dans le rapport 82/5 ; par contre, soit nos recherches, soit celles de Baranov et Shlyagin montrent que le spectre d'électrons de conversion du rayonnement de 33,1 keV est beaucoup plus intense que celui de 26,3 keV. L'ensemble de ces recherches confirme, par conséquent, le classement effectué par Beling, Newton et Rose, du rayonnement de 26,3 keV comme un $E1$.

La conversion dans les sous-niveaux L de ce rayonnement a été observée seulement par Baranov et Shlyagin et, en employant la méthode de préaccélération, par Rosenblum, Dionisio et Valadares. D'après les calculs théoriques de Rose et ses collaborateurs [34] les intensités de ces trois raies devraient être dans le rapport

$$L_{\mathrm{I}} : L_{\mathrm{II}} : L_{\mathrm{III}} = 57 : 88 : 100.$$

Baranov et Shlyagin ont déterminé le rapport $L_{\mathrm{I}} : L_{\mathrm{II}} : L_{\mathrm{III}} = 45 : 100 : 66$. Nous ne pouvons pas donner des valeurs numériques de l'intensité du fait que la sensibilité du film varie très rapidement dans cette région d'énergie ; l'examen visuel montre en tout cas que les raies de conversion en L_{II} et L_{III} ont le même noircissement et que la raie de conversion en L_{I} est plus faible ; or, comme l'action photographique des électrons de 14 keV (L_{II}) est inférieure à celle de 18 keV (L_{II}), on doit conclure, en accord avec Baranov et Shlyagin que la conversion en L_{II} est plus intense qu'en L_{III}, contrairement à ce qui est prévu par la théorie. Ce résultat est à rapprocher de celui que nous signalons plus bas pour le rayonnement de 59 keV.

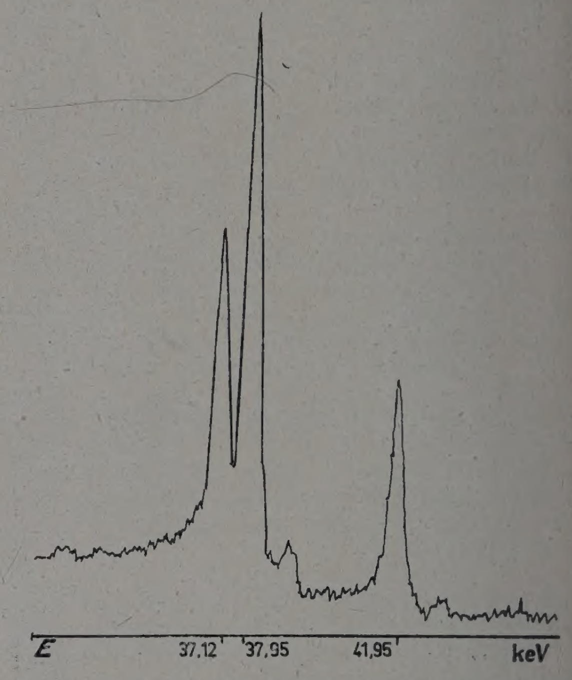


Fig. 6. — Microphotogramme du spectre de raies de conversion dans la région de 33 à 43 keV (dispersion moyenne).

Rayonnement γ de 33 keV. — Nous avons pu caractériser ce rayonnement par sept raies de conversion :

$$
\begin{aligned}
10{,}72 + 22{,}41\ (L_{\mathrm{I}}) &= 33{,}13 \\
11{,}56 + 21{,}59\ (L_{\mathrm{II}}) &= 33{,}15 \\
15{,}53 + 17{,}61\ (L_{\mathrm{III}}) &= 33{,}14 \\
27{,}40 + 5{,}74\ (M_{\mathrm{I}}) &= 33{,}14 \\
27{,}74 + 5{,}36\ (M_{\mathrm{II}}) &= 33{,}10 \\
28{,}70 + 4{,}43\ (M_{\mathrm{III}}) &= 33{,}13 \\
31{,}64 + 1{,}50\ (N_{\mathrm{I}}) &= 33{,}14 \\
32{,}84 + 0{,}35\ (O_{\mathrm{I}}) &= 33{,}19 \\
\text{Moyenne} &= 33{,}14
\end{aligned}
$$

En ce qui concerne les intensités des raies de conversion dans les différents sous-niveaux, nous avons trouvé les rapports suivants : $L_{\mathrm{I}}/L_{\mathrm{II}}/L_{\mathrm{III}} = M_{\mathrm{I}}/M_{\mathrm{II}}/M_{\mathrm{III}} = 3/1/1$; le rapport $L_{\mathrm{I}}/L_{\mathrm{II}}/L_{\mathrm{III}} = 4{,}2/1{,}0/1{,}0$ a été déterminé par Baranov et Shlyagin et le rapport $M_{\mathrm{I}}/M_{\mathrm{II}}/M_{\mathrm{III}} = 4/1/1$ par Hollander, Smith et Rasmussen. L'accord est satisfaisant vu la difficulté de mesures précises dans ce domaine d'énergie.

Jaffe et al. [24] ont établi que le coefficient de conversion de ce rayonnement est supérieur à 400, ce qui impliquerait que le rayonnement était un $E2$ ou un mélange $M1 + E2$; les auteurs ne pouvaient pas choisir entre ces deux hypothèses, parce que leur pouvoir séparateur n'était pas suffisant pour séparer les raies L_{I} et L_{II}. Comme maintenant on connaît les doublets L_{I}, L_{II} et M_{I}, M_{II} on peut classer ce rayonnement comme étant un mélange $M1 + E2$.

Rayonnement γ de 43 keV. — Nous avons observé six raies correspondant à la conversion dans les trois sous-niveaux L, en M_{III}, N_{III} et O, la conversion dans les couches $M_{I,II}$ et $N_{I,II}$ étant cachée par des raies très fortes de conversion appartenant à d'autres rayonnements.

20,92 + 22,41 (L_{I})	= 43,33
21,77 + 21,59 (L_{II})	= 43,36
25,74 + 17,61 (L_{III})	= 43,35
38,98 + 4,43 (M_{III})	= 43,31
42,26 + 1,08 (N_{III})	= 43,34
43,01 + 0,35 (O_{I})	= 43,36
Moyenne	= 43,34

En tenant compte de la loi de noircissement du film en fonction de l'énergie, nous avons déterminé $L_{I}/L_{II}/L_{III} = 1,0/1,0/0,8$, valeur à comparer à celle de Baranov et Shlyagin $L_{I}/L_{II}/L_{III} = 100/82/64$, et de Hollander et al. 1,0/1,0/1,0. Soit Beling et al., soit Jaffe et al. ont établi que le nombre de photons de ce rayonnement était inférieur à 1 % des α. Magnusson et Engelkemeier ont établi que le nombre de photons de 59,6 keV était $0,370 \pm 0,004\ \gamma/\alpha$ et Day a déterminé

$$\gamma^{43}/\gamma^{59} = 6/1\,000\ ;$$

de ces deux résultats ont peut déduire l'intensité en photons du rayonnement γ de 43 keV égale à 0,003 γ/α, ce qui est en accord avec la limite établie précédemment par Beling et Jaffe. Si on tient compte de l'intensité de la raie de structure fine α, on déduit un coefficient de conversion totale de l'ordre de 40, ce qui porte à conclure que ce rayonnement est un $M1$ ou un mélange $M1 + E2$. L'examen des intensités relatives de conversion dans les sous-niveaux L permet de faire le choix entre ces deux hypothèses ; en effet, nous avons déterminé : $L_{I} : L_{II} : L_{III} = 1,0 : 1,0 : 0,8$ [2]. Le fait que les trois raies L ont des intensités du même ordre de grandeur, le coefficient de conversion étant de l'ordre de 40, permet de conclure qu'il s'agit d'un mélange $M1 + E2$.

[2] *Note.* — Nos déterminations conduisent à un rapport $L_{I} + L_{II}/L_{III} = 2,5$ supérieur à la valeur

$$L_{I} + L_{II}/L_{III} = 1,6$$

qui a été déterminée par Turner, mais il ne semble pas que l'écart soit au delà des erreurs possibles.

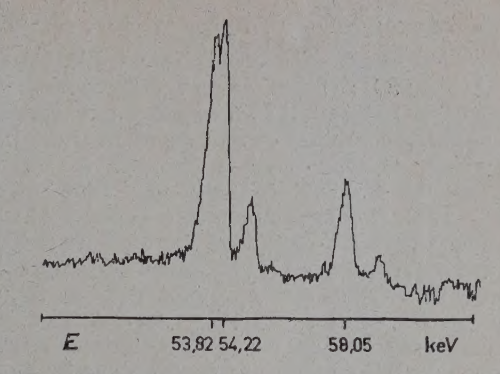


Fig. 7. — Microphotogramme du spectre de raies de conversion dans la région de 50 à 60 keV (dispersion moyenne).

Rayonnement γ de 55 keV. — Le tableau suivant classe les cinq raies que nous avons observées. La conversion en L_{III}, N et O est cachée par des raies intenses de conversion d'autres groupes.

33,10 + 22,41 (L_{I})	= 55,51
33,87 + 21,59 (L_{II})	= 55,46
49,76 + 5,74 (M_{I})	= 55,50
50,10 + 5,36 (M_{II})	= 55,46
50,96 + 4,43 (M_{III})	= 55,39
Moyenne	= 55,46

En ce qui concerne l'intensité des raies, nous avions trouvé que les raies L_{I} et L_{II} ont la même intensité, ce qui a été confirmé par Hollander et al. ; Baranov et Shlyagin ont donné un rapport $L_{I} : L_{II} = 1,4 : 1,0$, mais cette différence doit résulter du fait que le pouvoir séparateur de leur spectrographe ne permettait pas de séparer les raies de 32,84 et 33,10 keV. De même, les trois raies de conversion en M ont la même intensité.

L'ensemble de nos connaissances sur ce rayonnement permet de le classer comme un mélange $M1 + E2$.

Rayonnement γ de 59 keV. — Ce rayonnement est de loin le plus intense émis au cours de la transmutation $^{241}Am \rightarrow {}^{237}Np$ et, pour cette raison, il a été le premier à être observé. D'après Beling, Newton et Rose ce rayonnement est un dipôle électrique ($E1$). Nous avons observé les raies de conversion signalées dans le tableau ci-dessous :

37,12 + 22,41 (L_{I})	= 59,53
37,95 + 21,59 (L_{II})	= 59,54
41,95 + 17,61 (L_{III})	= 59,56
53,82 + 5,74 (M_{I})	= 59,56
54,22 + 5,36 (M_{II})	= 59,58
55,10 + 4,43 (M_{III})	= 59,53
55,68 + 3,85 (M_{IV})	= 59,53
58,05 + 1,50 (N_{I})	= 59,55
58,22 + 1,32 (N_{II})	= 59,54
59,20 + 0,31 ($O_{I,II}$)	= 59,51
Moyenne	= 59,54

Le rapport expérimental des intensités des raies de conversion : $L_I : L_{II} : L_{III}$ est de 1,7 : 3,3 : 1 en accord très satisfaisant avec la valeur d'Hollander et al. 1,5 : 3,3 : 1. Les valeurs déterminées par Baranov et Shlyagin 2,2 : 4,7 : 1,0 et par Canavan 2,4 : 4,7 : 1,0 conduisent à un rapport $L_I + L_{II}/L_{III}$ supérieur ; ce rapport est à comparer à celui de Turner $6,4 \pm 0,8/1$ et celui de Jaffe et al. $4,4 \pm 1./1$. Il nous semble que le rapport $L_I : L_{II}$ est plus significatif. Ajoutons que tous les auteurs trouvent pour ce rapport 1/2, tandis que d'après les calculs de Rose ce même rapport pour un rayonnement $E1$ devrait être : $L_I : L_{II} = 0,13 : 0,10$. Ce désaccord entre les calculs théoriques et l'expérience pourrait conduire à admettre que le rayonnement de 59 keV n'est pas un rayonnement pur, mais un mélange ; pourtant Hollander et al. ont montré que le mélange d'un rayonnement $M2$ ne faisait qu'aggraver le désaccord, étant donné que pour un tel rayonnement $L_I : L_{II} = 480 : 35$. Si on admet que les coefficients de conversion calculés par Rose pour les rayonnements électriques sont justes, on serait tenté d'admettre, à partir de l'examen des intensités des raies de conversion, que le mélange est plus complexe, c'est-à-dire du type $E1 + M2 + E3$; en effet, pour $E3$ on a un rapport $L_I : L_{II} = 65 : 2\,400$ ($Z = 85$). D'ailleurs en valeur absolue, le coefficient de conversion total L mesuré par Jaffe et al. est $0,72 \pm 0,07$, tandis que théoriquement pour un rayonnement $E1$ pur on devrait avoir un coefficient de conversion 0,32.

Il semble intéressant de rapprocher ce cas de conversion d'un rayonnement $E1$ de celui étudié par Frilley et al. [20] dans la transmutation R Ac → Ac X ; dans ce cas, si on tient compte de la loi de noircissement du film, les trois raies de conversion dans les sous-niveaux L ont des intensités du même ordre de grandeur

$$L_I : L_{II} : L_{III} = 9 : 10 : 10$$

en accord acceptable avec la théorie. Ajoutons qu'un autre fait distingue ces deux rayonnements $E1$: tandis que le rayonnement de 59 keV de l'américium a une période mesurable de 6.10^{-8} s, la période du γ de 50 keV du radioactinium n'a pas pu être mesurée, étant inférieure à 2.10^{-9} s.

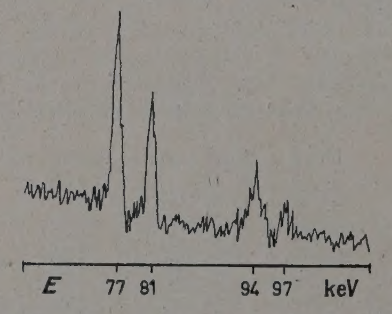


Fig. 8. — Microphotogramme du spectre de raies de conversion dans la région de 75 à 100 keV (dispersion faible).

En résumé, on serait tenté de dire qu'aux transitions $E1$ rapides correspond une conversion dans la couche L en accord avec les calculs théoriques, tandis qu'aux transitions lentes correspond une conversion anormale ou un mélange compliqué du rayonnements.

Rayonnement γ de 98,8 keV. — Nous avions d'abord observé quatre raies de conversion (L_{II}, L_{III}, M_{II}, M_{III}) de ce rayonnement ; en employant un champ magnétique plus intense nous avons observé encore la conversion dans la couche N, mais la mesure de cette raie de conversion est moins précise.

77,26 +	21,59	(L_{II})	= 98,85
81,30 +	17,61	(L_{III})	= 98,51
93,44 +	5,36	(M_{II})	= 98,80
94,40 +	4,43	(M_{III})	= 98,83
97,7 +	1,20	($N_{II,III}$)	= 98,9
		Moyenne	= 98,85

Nous avons déterminé le rapport des intensités des raies $L_{II} : L_{III} = 1,5 : 1$, valeur à comparer à celui de Jaffe et al. 1,7 : 1 et celui de Wolfson 2 : 1. Ce rapport des intensités permet de classer ce rayonnement comme un quadrupole électrique ; théoriquement Rose et ses collaborateurs ont calculé que ce rapport devrait être, pour $Z = 85$,

$$L_{II} : L_{III} = 1,3 : 1.$$

Remarquons que nous n'avons pas pu confirmer l'existence de la raie de conversion en L_I qui a été signalée par Baranov et Shlyagin.

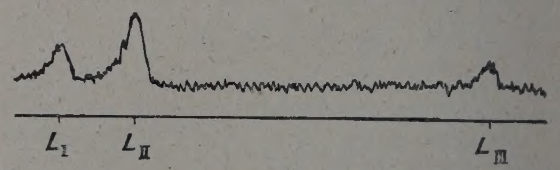


Fig. 9. — Comparaison des intensités des raies de conversion en L_I, L_{II} et L_{III} du rayonnement γ de 59 keV (dispersion élevée).

V. **Autres rayonnements γ.** — Les six rayonnements γ dont nous venons de parler nous ont permis de classer la plupart des raies de conversion observées. Il reste un groupe de raies de 9 à 18 keV qui sont très probablement des raies Auger L et les trois raies de 22,37 keV, 45,3 keV et 47,6 keV. Nous avons déjà fait une référence à la raie de 22,37 keV à propos du rayonnement γ de 26 keV.

Les raies de 45,3 et 47,6 keV sont des raies extrêmement faibles que nous n'avons pu observer qu'en employant un champ magnétique beaucoup plus fort et des poses très longues. Leurs énergies sont déterminées avec beaucoup moins de précision que pour les autres raies. La raie de 45,3 keV

TABLEAU III

ÉNERGIE DES RAYONNEMENTS γ

MILSTED, ROSENBLUM ET VALADARES (1954)	JAFFE, PASSELL BROWNE ET PERLMAN (1955)	DAY (1955)	BARANOV ET SHLYAGIN (1955)	NOS RÉSULTATS (1957)
26,39	26,38 ± 0,04	26,363 ± 0,014	26,38	26,34
33,12	33,24 ± 0,1	33,199 ± 0,021	33,22	33,14
43,36	43,4 ± 0,2	43,463 ± 0,085	43,43	43,34
55,46	56 ± 1	— — —	55,52	55,46
59,62	59,62 ± 0,06	59,568 ± 0,017	59,62	59,54
	99,5 ± 1,0			
98,88		— — —	98,80	98,85
	98,9 ± 0,3 (Church)			

pourrait être due à l'impureté de ^{239}Pu que l'analyse α nous a montré exister dans la source ; elle correspondrait peut-être à la conversion dans la couche M du rayonnement γ de 50,8 keV.

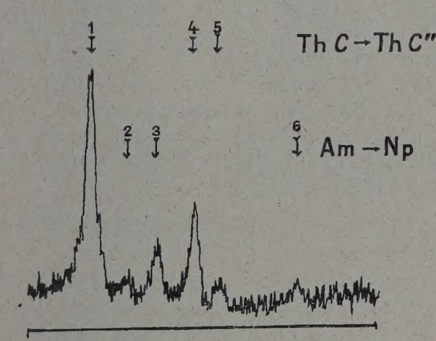


FIG. 10. — Microphotogramme du spectre employé pour la détermination des énergies des raies de conversion. Les raies 1,4 et 5 correspondent à la conversion dans les niveaux M_{I}, N_{I} et O_{I} du rayonnement γ de 40 keV de Th $C \to$ Th C'' et les raies 2, 3 et 6 à la conversion en L_{I}, L_{II} et L_{III} du rayonnement γ de 59 keV de Am $\to$ Np.

Remarquons pourtant que cette raie pourrait être la raie de conversion en $L_{\text{I,II}}$ du rayonnement γ correspondant à la transition $\alpha_4 - \alpha_5$; on aurait alors un rayonnement γ d'environ 67 keV.

La raie de 47,6 keV ne paraît pas pouvoir être due à l'impureté de plutonium ; on pourrait la considérer comme étant due à la conversion dans la couche K d'un rayonnement γ d'environ 166 keV qui pourrait correspondre à la transition $\alpha_2 - \alpha_5$ ou au rayonnement γ de 165,4 keV observé par Baranov et Shlyagin dans la transmutation ^{237}U $\to$ ^{237}Np. Ajoutons toutefois que nous n'avons pu observer aucune autre raie de conversion correspondant à ce rayonnement γ et, par conséquent, cette attribution reste assez aléatoire.

Le tableau III contient la comparaison entre les différentes mesures des énergies des rayonnements γ émis au cours de la transmutation ^{241}Am $\to$ ^{237}Np.

Toutes les mesures ont été effectuées sur les spectres d'électrons de conversion à l'exception de celle de Day qui a travaillé par diffraction cristalline. Les mesures de Hollander et al. ne sont pas inclues parce qu'elles sont basées sur celles de Day.

Le tableau IV contient finalement la comparaison entre les résultats des mesures de la structure fine alpha (moyenne des différents auteurs) et l'analyse du rayonnement γ (moyenne du tableau antérieur.

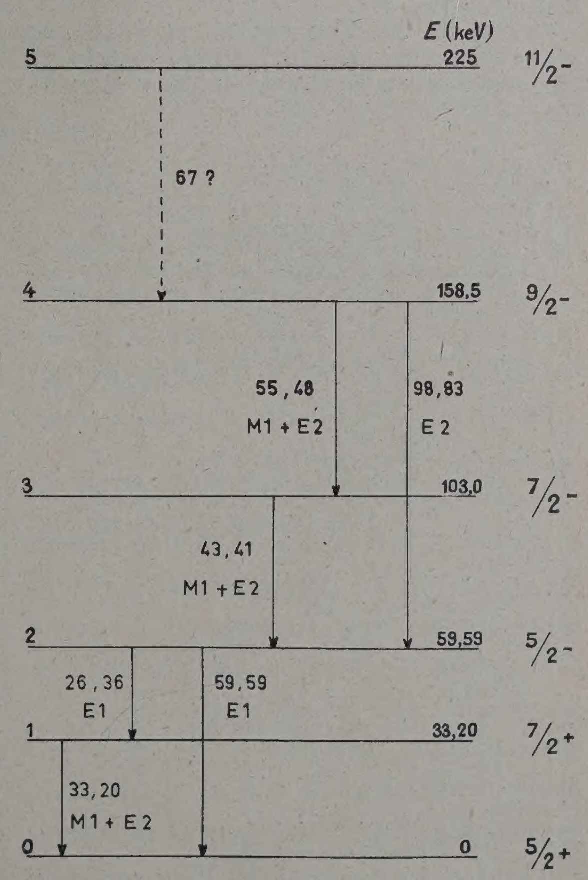


FIG. 11. — Schéma de niveaux du noyau de neptunium 237 excité à la suite de l'émission α de l'américium 241.

TABLEAU IV

RAIES α	$\Delta E\alpha$ CORRIGÉES DU RECUL	ÉNERGIE DES RAYONNEMENTS γ
—	—	—
$\alpha_0 - \alpha_1$	33,6	33,20
$\alpha_1 - \alpha_2$	26,0	26,36
$\alpha_0 - \alpha_2$	59,5	59,59
$\alpha_2 - \alpha_3$	43,5	43,41
$\alpha_3 - \alpha_4$	55,8	55,48
$\alpha_2 - \alpha_4$	99,2	98,83
$\alpha_4 - \alpha_5$	67,3	(67 ?)

VI. **Schéma de niveaux de ^{237*}Np.** — On peut aboutir à la connaissance du schéma de niveaux du neptunium 237 excité par quatre voies différentes : transmutation par émission α de l'américium 241, désintégration β de l'uranium 237, capture électronique du plutonium 237 et excitation coulombienne du neptunium 237.

En ce qui concerne la transmutation

$$^{241}\mathrm{Am} \frac{\alpha}{\gamma}\, ^{237}\mathrm{Np},$$

l'étude du spectre α et celle du spectre γ permettent d'établir le schéma de niveaux du ^{237*}Np, comme le montre la figure 11.

Ce schéma s'interprète, comme on le sait, en admettant que les niveaux 0 et 1 appartiennent à un système de niveaux de rotation, dont on trouve un troisième terme par excitation coulombienne et les niveaux 2 à 5 à un autre système de niveaux de rotation (9, 22, 23, 31, 33).

VII. **Conclusions.** — Nous avons observé dans le spectre α émis par l'américium 241 six raies de structure fine et déterminé leurs énergies et intensités relatives.

L'étude du spectre d'électrons de conversion émis au cours de la transmutation ^{241}Am $\rightarrow$ ^{237}N a permis de préciser la valeur des intervalles énergétiques de la structure fine α et d'établir la nature et la polarité des différents rayonnements γ émis. On signale le désaccord existant entre la théorie et l'expérience pour les rapports de la conversion interne dans les sous-niveaux de la couche L du dipôle électrique de 59 keV. D'autre part, les intensités relatives données dans ce travail sur les raies de conversion permettront, sans doute, lorsqu'on aura des calculs plus précis sur la conversion des rayonnements $M1$ dans la couche L, de déterminer le degré de mélange des trois rayonnements $M1 + E2$ observés. Les résultats trouvés, soit pour les rapports des énergies, soit pour la nature et la polarité des rayonnements γ sont conformes à la théorie de Bohr-Mottelson.

Manuscrit reçu le 4 octobre 1957.

BIBLIOGRAPHIE

[1] ASARO (F.), REYNOLDS (F. L.) et PERLMAN (I.), *Phys. Rev.*, 1952, **87**, 277.
[2] ASARO (F.), *Thèse*, Université de Californie, 1953.
[3] ASARO (F.) et PERLMAN (I.), *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 1423.
[4] BARANOV (S. A.) et SHLYAGIN (K. N.), Conférence de l'Académie des Sciences de l'U. R. S. S. sur l'utilisation pacifique de l'énergie atomique, juillet, 1955, 251.
[5] BARTON Jr. (G. W.), ROBINSON (H. P.) et PERLMAN (I.), *Phys. Rev.*, 1951, **81**, 208.
[6] BELING (J. K.), NEWTON (J. O.) et ROSE (B.), *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 797.
[7] BELING (J. K.), NEWTON (J. O.) et ROSE (B.), *Phys. Rev.*, 1952, **87**, 670.
[8] BOHR (A.), *Thèse*, Copenhague, 1954.
[9] BOHR (A.), FROMAN (P. O.) et MOTTELSON (B. R.), *Dan. Mat. Fys. Medd.*, 1955, **29**, n° 10.
[10] BROWNE (C. I.), *Thèse*, Université de Californie, 1952.
[11] BROWNE (C. I.) et PERLMAN (I.), *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 758.
[12] CANAVAN (F. L.), Travail non publié, cité par HOLLANDER et al. [23].
[13] CHURCH (E.), Travail non publié, cité par JAFFE et al. [24].
[14] CHURCH (E. L.) et MONAHAN (J. E.), *Phys. Rev.*, 1955, **98**, 718.
[15] CRAIG (H.), *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 688.
[16] DAY (P. P). *Phys. Rev.*, 1955, **97**, 689.
[17] DUNLAVEY (C. D.) et SEABORG (G. T.), *Phys. Rev.*, 1952, **87**, 165.
[18] FRASER (J. S.) et MILTON (J. C. D.), *Phys. Rev.*, 1954, **94**, 795.
[19] FREEDMAN (M. S.), Jr. WAGNER (F.) et ENGELKEMEIR (D. W.), *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 1155.
[20] FRILLEY (M.), ROSENBLUM (S.), VALADARES (M.) et BOUISSIÈRES (G.), *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 45, et 1955, **16**, 378.
[21] GOLDIN (L. L.), NOVIKOVA (G. I.) et TRETYAKO (E. F.), Conférence de l'Académie des Sciences d l'U. R. S. S. sur l'utilisation pacifique de l'énerg atomique, juillet, 1955.
[22] GOLDIN (L. L.), NOVIKOVA (G. I.) et TRETYAKO (E. F.), *Phys. Rev.*, 1956, **103**, 1004.
[23] HOLLANDER (J. M.), SMITH (W. G.) et RASMUSSE (J. O.), *Phys. Rev.*, 1956, **102**, 1372.
[24] JAFFE (H.), PASSELL (T. O.), BROWNE (C. I.) PERLMAN (I.), *Phys. Rev.*, 1955, **97**, 142-150.
[25] MAGNUSSON (L. B.) et ENGELKEMEIR (D. W.), *Bu Amer. Phys. Soc.*, 1956, **1**, n° 4, 171 EB.
[26] MILSTED (J.), *A. E. R. E.*, C/R, 1102 et 1379.
[27] MILSTED (J.), ROSENBLUM (S.) et VALADARES (M. *C. R. Acad. Sc.*, Paris, 1954, **239**, 259 et 700.
[28] NEWTON (J. O.) et ROSE (B.), *Phys. Rev.*, 1953, **8** 1157.
[29] NOVEY (T. B.), *Phys. Rev.*, 1954, **96**, 547.
[30] O'KELLEY (G. D.), *Thèse*, Université de Californi 1951.
[31] PERLMAN (I.) et RASMUSSEN (J. O.), *Alpha Radi activity*, University of California, 1956.
[32] PROHASKA (C. A.), *Thèse*, Université de Californi 1951.
[33] RASMUSSEN (J. O.), *J. Arkiv. Fysik*, 1953, **7**, 185.
[34] ROSE (M. E.), Tables des coefficients de conversi interne, in *Beta and Gamma Ray Spectroscopy*, p K. SIEGBAHN, 1955.
[35] ROSENBLUM (S.), DIONISIO (J. S.) et VALADARES (M. *J. Physique Rad.*, 1956, **17**, 112.
[36] SIEGBAHN (K.) et EDVARSON (K.), *Nuclear Physi* 1956, **1**, 137.
[37] TURNER (J. F.), *Phil. Mag.*, 1955, **46**, 687.
[38] Jr. WAGNER (F.), FREEDMAN (M. S.), ENGELKEME (D. W.) et HUIZENGA (J. R.), *Phys. Rev.*, 1953, **8** 502.
[39] WOLFSON (J. L.), Travail non publié, cité par JAFF et al. [24].

REPRÉSENTATION CORPUSCULAIRE DU CHAMP VECTORIEL ET COMPARAISON AU CHAMP DE SPIN MAXIMUM 1 DE LA THÉORIE DE FUSION

Par K. H. TZOU,
Institut Henri-Poincaré, Paris.

1. Introduction. — Les particules de spin entier peuvent toutes se représenter par des champs tensoriels qui obéissent essentiellement à des équations du second ordre du type dalembertien. Nous avons étudié le champ vectoriel dont les quatre composantes A_λ satisfont à l'équation

$$(\square - \varkappa^2) A_\lambda = 0, \qquad (1)$$

mais ne sont soumises à aucune autre condition [1]. Un tel champ constitue une superposition de deux spins totaux, 1 et 0.

A l'aide d'un formalisme matriciel, tous les champs peuvent se mettre dans une formulation où les fonctions d'ondes contiennent comme composantes, outre les variables tensorielles fondamentales, leurs dérivées premières, de telle sorte que les équations d'ondes soient des équations différentielles du premier ordre [2], [3]. Il s'agit alors de la représentation corpusculaire de ces champs, la description à l'aide explicite des équations dalembertiennes étant considérée comme la représentation ondulatoire. Dans cette note, nous allons formuler le champ vectoriel A_λ dans une telle représentation corpusculaire et montrer de quelle façon les états de spin 1 et 0 se mélangent au sein de ce champ. On remarquera que le champ vectoriel considéré obéit à une loi algébrique différente de celle à laquelle satisfont le champ irréductible de spin 1 et celui de spin 0, qui sont pourtant ses deux composantes.

Nous avons démontré qu'en général un champ tensoriel de rang n a une composition de spin qui est exactement la même que celle du champ de spin maximum n entier de la théorie de fusion de M. L. de Broglie [4]. Mais, en ce qui concerne la structure interne à l'égard des états de spin, les deux champs sont différents [4], [5]. Nous examinerons ici cette question un peu en détail dans le cas le plus simple : champ vectoriel et champ de spin maximum 1. En fait, celui-ci peut être formulé dans une représentation purement matricielle tout à fait semblable à celle du champ vectoriel, ce qui permettra une comparaison directe et claire des deux champs.

2. Équations d'ondes et formalisme lagrangien. — Lorsque $\varkappa \neq 0$, les équations tensorielles du champ A_λ, au lieu de (1), peuvent s'écrire aussi

$$\left.\begin{aligned} \partial_\lambda A_\lambda - \varkappa X &= 0 \\ \partial_\lambda A_\rho - \partial_\rho A_\lambda - \varkappa F_{\lambda\rho} &= 0 \\ \partial_\lambda F_{\lambda\rho} + \partial_\rho X - \varkappa A_\rho &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

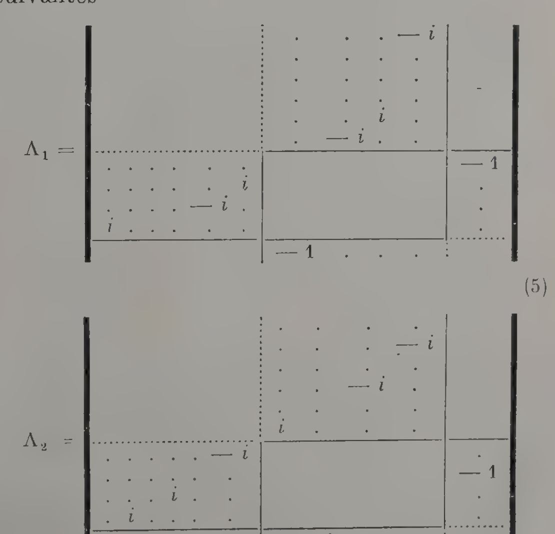
où X est un scalaire et $F_{\lambda\rho}$ un tenseur antisymétrique. Ces équations sont maintenant des équations différentielles du premier ordre. Prenons, pour la fonction d'ondes φ dans la représentation corpusculaire,

$$\tilde{\varphi} = \| iF_{14}\, iF_{24}\, iF_{34}\, iF_{23}\, iF_{31}\, iF_{12} \vdots A_1\, A_2\, A_3\, A_4 \vdots X \|, \qquad (3)$$

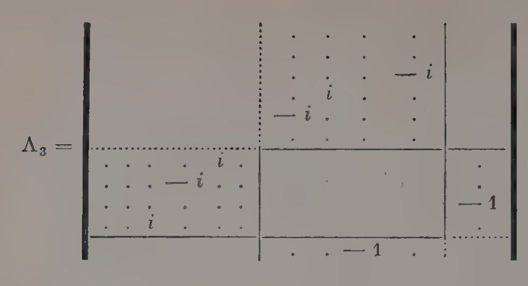
$\tilde{\varphi}$ étant la transposée de φ. On peut alors résumer les équations (2) en une équation matricielle

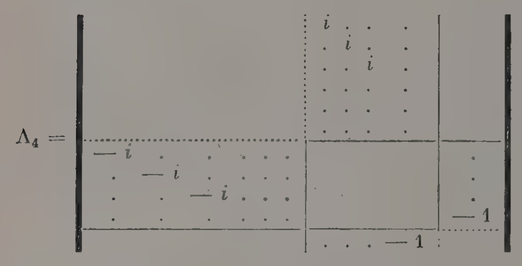
$$(\Lambda_\lambda \partial_\lambda + \varkappa)\, \varphi = 0. \qquad (4)$$

Les opérateurs Λ_λ sont les quatre matrices 11-11 suivantes



(5)





Ces matrices hermitiennes obéissent aux relations d'anti-commutation :

$$\Lambda_\lambda \Lambda_\rho \Lambda_\sigma + \Lambda_\lambda \Lambda_\sigma \Lambda_\rho + \Lambda_\rho \Lambda_\sigma \Lambda_\lambda + \Lambda_\rho \Lambda_\lambda \Lambda_\sigma + \Lambda_\sigma \Lambda_\lambda \Lambda_\rho + \Lambda_\sigma \Lambda_\rho \Lambda_\lambda = 2(\Lambda_\lambda \delta_{\rho\sigma} + \Lambda_\rho \delta_{\sigma\lambda} + \Lambda_\sigma \delta_{\lambda\rho}). \quad (6)$$

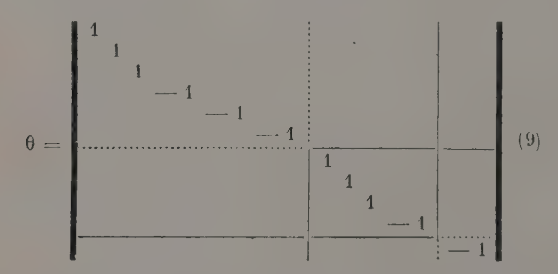
On remarque que les propriétés algébriques des Λ_λ sont différentes de celles des matrices que l'on rencontre dans les cas irréductibles des spins 1 et 0. (Cf. les relations (16) plus loin.) L'équation d'ondes adjointe est dans ce cas

$$\partial_\lambda \overline{\varphi} \Lambda_\lambda - \varkappa \overline{\varphi} = 0. \quad (7)$$

$\overline{\varphi}$ est la fonction d'ondes adjointe définie par

$$\overline{\varphi} = \varphi^\dagger \theta \quad (8)$$

où θ est une matrice 11-11 hermitienne et non singulière, qui commute avec Λ_4 mais anticommute avec Λ_1, Λ_2 et Λ_3. Une représentation explicite de θ correspondant aux matrices (5) est



La fonction d'ondes adjointe est alors explicitement

$$\overline{\varphi} = \| iF^*_{14}\ iF^*_{24}\ iF^*_{34}\ iF^*_{23}\ iF^*_{31}\ iF^*_{12} \,\vdots\, A^*_1\ A^*_2\ A^*_3\ A^*_4 \,\vdots\, -X^* \|. \quad (10)$$

Les équations (4) et (7) sont les équations d'ondes du champ vectoriel A_λ dans la représentation corpusculaire. La fonction lagrangienne correspondante est alors

$$L = -\frac{\varkappa}{2}\overline{\varphi}(\partial_\lambda \Lambda_\lambda \varphi + \varkappa\varphi) + \frac{\varkappa}{2}(\partial_\lambda \overline{\varphi} \Lambda_\lambda - \varkappa\overline{\varphi})\varphi. \quad (11)$$

On en déduit le vecteur densité de courant-charge du champ,

$$J_\lambda = \frac{ie\varkappa}{\hbar}\overline{\varphi}\Lambda_\lambda\varphi \quad (12)$$

et le tenseur canonique densité d'énergie-impulsion,

$$T_{\lambda\rho} = \frac{\varkappa}{2}(\overline{\varphi}\Lambda_\lambda \partial_\rho \varphi - \partial_\rho \overline{\varphi}\Lambda_\lambda \varphi). \quad (13)$$

3. **Décomposition des états de spin.** — La décomposition explicite des états de spin 1 et 0 est plus facile à effectuer dans la représentation corpusculaire que dans la représentation ondulatoire [1]. De plus, on y verra clairement de quelle façon les spins 1 et 0 se mélangent au sein du champ vectoriel. D'abord, d'après la représentation explicite (5), les Λ_λ se décomposent selon

$$\Lambda_\lambda = \Lambda^{(1)}_\lambda + \Lambda^{(0)}_\lambda, \quad (14)$$

où

$$\Lambda^{(1)}_\lambda = \left\| \begin{array}{c|c} \underbrace{\beta^{(1)}_\lambda}_{10} & \\ \hline & \underbrace{0}_{1} \end{array} \right\| \qquad \Lambda^{(0)}_\lambda = \left\| \begin{array}{c|c} \underbrace{0}_{6} & \\ \hline & \underbrace{\beta^{(0)}_\lambda}_{5} \end{array} \right\| \quad (15)$$

Les $\beta^{(1)}_\lambda$ et $\beta^{(0)}_\lambda$ sont des matrices 10-10 et 5-5 respectivement, qui, d'après (5), ont des expressions évidentes. Ces matrices sont bien celles que l'on rencontre dans les cas irréductibles des spins 1 et 0. Donc

$$\beta^{(s)}_\lambda \beta^{(s)}_\sigma \beta^{(s)}_\rho + \beta^{(s)}_\rho \beta^{(s)}_\sigma \beta^{(s)}_\lambda = \beta^{(s)}_\lambda \delta_{\rho\sigma} + \beta^{(s)}_\rho \delta_{\lambda\sigma}, \quad (16)$$

où $s = 1$ ou 0. Alors on a aussi

$$\Lambda^{(s)}_\lambda \Lambda^{(s)}_\sigma \Lambda^{(s)}_\rho + \Lambda^{(s)}_\rho \Lambda^{(s)}_\sigma \Lambda^{(s)}_\lambda = \Lambda^{(s)}_\lambda \delta_{\rho\sigma} + \Lambda^{(s)}_\rho \delta_{\lambda\sigma}. \quad (17)$$

Mais les $\Lambda^{(1)}_\lambda$ et $\Lambda^{(0)}_\lambda$ satisfont encore aux relations

$$\left.\begin{array}{r} \Lambda^{(s)}_\lambda \Lambda^{(s')}_\rho + \Lambda^{(s)}_\rho \Lambda^{(s')}_\lambda = 0 \\ \Lambda^{(s)}_\lambda \Lambda^{(s')}_\rho \Lambda^{(s)}_\sigma = 0 \end{array}\right\} \quad (s \neq s'). \quad (18)$$

On vérifie aisément que ces relations sont compatibles avec les relations (6). Comme les Λ_λ, la fonction d'ondes se décompose elle aussi selon

$$\varphi = \varphi^{(1)} + \varphi^{(0)}. \quad (19)$$

$\varphi^{(1)}$ et $\varphi^{(0)}$ sont deux matrices-colonne à 11 composantes. On désignera leurs composantes tensorielles avec les mêmes lettres que celles de φ mais

à suffixes 1 et 0. Elles satisfont alors aux relations

$$F_{\lambda\rho} = F^{(1)}_{\lambda\rho} + F^{(0)}_{\lambda\rho}, \quad A_\lambda = A^{(1)}_\lambda + A^{(0)}_\lambda, \quad X = X^{(1)} + X^{(0)}. \tag{20}$$

De façon correspondante, la fonction d'ondes adjointe doit se décomposer selon

$$\overline{\varphi} = \overline{\varphi^{(1)}} + \overline{\varphi^{(0)}}, \tag{21}$$

où

$$\overline{\varphi^{(1)}} = \varphi^{(1)\dagger}\,\theta, \qquad \overline{\varphi^{(0)}} = \varphi^{(0)\dagger}\,\theta. \tag{22}$$

Avec les décompositions (14) et (19), l'équation d'ondes (4) s'écrira

$$(\Lambda^{(1)}_\lambda \partial_\lambda + \varkappa)\,\varphi^{(1)} + (\Lambda^{(0)}_\lambda \partial_\lambda + \varkappa)\,\varphi^{(0)} + \Lambda^{(0)}_\lambda \partial_\lambda\,\varphi^{(1)} + \Lambda^{(1)}_\lambda \partial_\lambda\,\varphi^{(0)} = 0.$$

Nous en tirerons en fait les quatre équations suivantes :

$$(\Lambda^{(1)}_\lambda \partial_\lambda + \varkappa)\,\varphi^{(1)} = 0, \qquad \Lambda^{(0)}_\lambda \partial_\lambda\,\varphi^{(1)} = 0, \tag{23}$$

$$(\Lambda^{(0)}_\lambda \partial_\lambda + \varkappa)\,\varphi^{(0)} = 0, \qquad \Lambda^{(1)}_\lambda \partial_\lambda\,\varphi^{(0)} = 0. \tag{24}$$

Ces équations sont bien compatibles entre elles, car, d'après les relations (18), on a par exemple (si $\varkappa \neq 0$)

$$\Lambda^{(0)}_\lambda \partial_\lambda \varphi^{(1)} = -(1/2\varkappa)\,(\Lambda^{(0)}_\lambda \Lambda^{(1)}_\rho + \Lambda^{(0)}_\rho \Lambda^{(1)}_\lambda)\,\partial_\lambda \partial_\rho\,\varphi^{(1)} = 0.$$

De façon correspondante, l'équation d'ondes adjointe (7) se décompose elle aussi en quatre équations,

$$\partial_\lambda \overline{\varphi^{(1)}}\,\Lambda^{(1)}_\lambda - \varkappa\overline{\varphi^{(1)}} = 0, \qquad \partial_\lambda \overline{\varphi^{(1)}}\,\Lambda^{(0)}_\lambda = 0, \tag{25}$$

$$\partial_\lambda \overline{\varphi^{(0)}}\,\Lambda^{(0)}_\lambda - \varkappa\overline{\varphi^{(0)}} = 0, \qquad \partial_\lambda \overline{\varphi^{(0)}}\,\Lambda^{(1)}_\lambda = 0. \tag{26}$$

Nous allons maintenant voir de quelle façon le vecteur densité de courant-charge se décompose par rapport aux spins. D'abord, avec (14), (19) et (21),

$$\overline{\varphi}\,\Lambda_\lambda\,\varphi = \overline{\varphi^{(1)}}\,\Lambda^{(1)}_\lambda\,\varphi^{(1)} + \overline{\varphi^{(0)}}\,\Lambda^{(0)}_\lambda\,\varphi^{(0)} + \overline{\varphi^{(1)}}\,\Lambda^{(0)}_\lambda\,\varphi^{(1)} + \overline{\varphi^{(0)}}\,\Lambda^{(1)}_\lambda\,\varphi^{(0)} + \overline{\varphi^{(1)}}\,\Lambda_\lambda\,\varphi^{(0)} + \overline{\varphi^{(0)}}\,\Lambda_\lambda\,\varphi^{(1)}.$$

Mais, à l'aide des équations (24) et (25) et de la seconde relation de (18), on a

$$\overline{\varphi^{(1)}}\,\Lambda^{(0)}_\lambda\,\varphi^{(1)} = -\varkappa^{-2}\,\partial_\rho\,\overline{\varphi^{(1)}}\,\Lambda^{(1)}_\rho\,\Lambda^{(0)}_\lambda\,\Lambda^{(1)}_\sigma\,\partial_\sigma\,\varphi^{(1)} = 0.$$

et de même

$$\overline{\varphi^{(0)}}\,\Lambda^{(1)}_\lambda\,\varphi^{(0)} = 0.$$

D'autre part, on démontre que

$$\overline{\varphi^{(1)}}\,\Lambda_\lambda\,\varphi^{(0)} = \varkappa^{-1}\,\partial_\rho(\overline{\varphi^{(1)}}\,\Lambda^{(1)}_\rho\,\Lambda^{(0)}_\lambda\,\varphi^{(0)}),$$

puis, à l'aide de la première relation de (18),

$$\int_\sigma \overline{\varphi^{(1)}}\,\Lambda_\lambda\,\varphi^{(0)}\,\mathrm{d}\sigma_\lambda = 0.$$

De même

$$\int_\sigma \overline{\varphi^{(0)}}\,\Lambda_\lambda\,\varphi^{(1)}\,\mathrm{d}\sigma_\lambda = 0.$$

La charge totale du champ est donc simplement égale à

$$\int_\sigma J_\lambda\,\mathrm{d}\sigma_\lambda = \int_\sigma J^{(1)}_\lambda\,\mathrm{d}\sigma_\lambda + \int_\sigma J^{(0)}_\lambda\,\mathrm{d}\sigma_\lambda,$$

où

$$J^{(s)}_\lambda = \frac{ie\varkappa}{\hbar}\,\overline{\varphi^{(s)}}\,\Lambda^{(s)}_\lambda\,\varphi^{(s)}, \qquad (s = 1, 0). \tag{27}$$

Des calculs semblables nous montrent que l'énergie-impulsion totale se décompose selon

$$\int_\sigma T_{\lambda\rho}\,\mathrm{d}\sigma_\lambda = \int_\sigma T^{(1)}_{\lambda\rho}\,\mathrm{d}\sigma_\lambda + \int_\sigma T^{(0)}_{\lambda\rho}\,\mathrm{d}\sigma_\lambda,$$

où

$$T^{(s)}_{\lambda\rho} = \frac{\varkappa}{2}\,(\overline{\varphi^{(s)}}\,\Lambda^{(s)}_\lambda\,\partial_\rho\,\varphi^{(s)} - \partial_\rho\,\overline{\varphi^{(s)}}\,\Lambda^{(s)}_\lambda\,\varphi^{(s)}). \tag{28}$$

Bien que la charge et l'énergie-impulsion totales du champ se décomposent de façon parfaite en deux composantes associées respectivement aux spins 1 et 0, les densités contiennent toujours des termes croisés non nuls des variables des deux spins.

Nous pouvons encore simplifier les fonctions d'ondes pour faciliter une comparaison avec les résultats obtenus dans la représentation ondulatoire. En tenant compte de la représentation (15) des matrices $\Lambda^{(1)}_\lambda$ et $\Lambda^{(0)}_\lambda$, on tire des équations (23)-(26)

$$X^{(1)} = X^{(1)*} = 0, \qquad F^{(0)}_{\lambda\rho} = F^{(0)*}_{\lambda\rho} = 0. \tag{29}$$

Alors

$$\varphi^{(1)} = \begin{Vmatrix} \psi^{(1)} \\ 0 \end{Vmatrix} \qquad \varphi^{(0)} = \begin{Vmatrix} 0 \\ \psi^{(0)} \end{Vmatrix} \tag{30}$$

où $\psi^{(1)}$ est la fonction d'ondes du spin 1 à 10 composantes et $\psi^{(0)}$ celle du spin 0 à 5 composantes. Les équations (23), (24), (25) et (26) deviennent simplement $(s = 1, 0)$

$$\beta^{(s)}_\lambda\,\partial_\lambda\,\psi^{(s)} + \varkappa\,\psi^{(s)} = 0, \quad \partial_\lambda\,\overline{\psi^{(s)}}\,\beta^{(s)}_\lambda - \varkappa\,\overline{\psi^{(s)}} = 0, \tag{31}$$

qui sont bien les équations d'ondes irréductibles des spins 1 et 0. Ensuite, avec (29), on démontre que, d'après (27) et (28) et en composantes tensorielles, $J^{(0)}_\lambda$ est différent de $J^{(1)}_\lambda$ d'un signe et $T^{(0)}_{\lambda\rho}$ différent de $T^{(1)}_{\lambda\rho}$ d'un signe également. Toutes ces grandeurs ont des expressions identiques à celles que nous avons obtenues dans la représentation ondulatoire [1]. L'énergie de l'état de spin 0 est ainsi une quantité négative, si celle de l'état de

spin 1 est positive. La raison en est la façon dont les spins 1 et 0 sont mélangés au sein du champ composé. En effet, dans la décomposition (21) de la fonction d'ondes adjointe, on peut écrire

$$\overline{\varphi^{(1)}} = \varphi^{(1)\dagger}\,\theta^{(1)}, \qquad \overline{\varphi^{(0)}} = \varphi^{(0)\dagger}\,\theta^{(0)},$$

et alors

$$\overline{\psi^{(1)}} = \psi^{(1)\dagger}\,\xi^{(1)}, \qquad \overline{\psi^{(0)}} = \psi^{(0)\dagger}\,\xi^{(0)}, \tag{32}$$

où

$$\theta^{(1)} = \left\| \begin{array}{c|c} \xi^{(1)} & \\ \hline & 0 \end{array} \right\| \; \begin{array}{cc} \underbrace{}_{10} & \underbrace{}_{1} \end{array} \qquad \theta^{(0)} = \left\| \begin{array}{c|c} 0 & \\ \hline & \xi^{(0)} \end{array} \right\| \; \begin{array}{cc} \underbrace{}_{6} & \underbrace{}_{5} \end{array} \tag{33}$$

$\xi^{(1)}$ et $\xi^{(0)}$ ont, d'après (9), des expressions évidentes. On voit alors facilement que

$$\theta^{(1)} = 2\Lambda_4^{(1)^2} - 1, \qquad \xi^{(1)} = 2\beta_4^{(1)^2} - 1, \tag{34}$$

mais

$$\theta^{(0)} = -(2\Lambda_4^{(0)^2} - 1), \quad \xi^{(0)} = -(2\beta_4^{(0)^2} - 1). \tag{35}$$

Les signes «moins» dans (35) tiennent compte de l'énergie négative de l'état de spin 0, qui est donc une conséquence inhérente à la structure interne du champ vectoriel à l'égard des états de spin.

4. Formulation matricielle du champ de spin maximum 1 de la théorie de fusion. — Nous allons formuler ce champ dans une représentation purement matricielle semblable à celle que nous avons étudiée plus haut dans le cas du champ vectoriel. Les équations du champ peuvent d'abord se résumer dans les deux groupes d'équations suivantes [2] :

$$(\Gamma_\lambda \partial_\lambda + \varkappa)\,\Phi = 0, \tag{36}$$

$$\eta_\lambda \partial_\lambda \Phi = 0, \tag{37}$$

où $\Phi = \|\Phi_{\alpha\beta}\|$ est une matrice 4-4 et

$$\Gamma_\lambda = \frac{1}{2}(\gamma_\lambda^{\mathrm{I}} I^{\mathrm{II}} + I^{\mathrm{I}} \gamma_\lambda^{\mathrm{II}}), \tag{38}$$

$$\eta_\lambda = \frac{1}{2}(\gamma_\lambda^{\mathrm{I}} I^{\mathrm{II}} - I^{\mathrm{I}} \gamma_\lambda^{\mathrm{II}}). \tag{39}$$

Les γ_λ sont les quatre matrices de la théorie de Dirac et I la matrice-unité 4-4. Les suffixes I et II signifient que les matrices indiquées agissent respectivement sur le premier et le second indice de $\Phi_{\alpha\beta}$. Les opérateurs Γ_λ et η_λ obéissent aux relations

$$\left.\begin{array}{c} \Gamma_\lambda \Gamma_\sigma \Gamma_\rho + \Gamma_\rho \Gamma_\sigma \Gamma_\lambda = \Gamma_\lambda \delta_{\rho\sigma} + \Gamma_\rho \delta_{\lambda\sigma}, \\ \eta_\lambda \eta_\sigma \eta_\rho + \eta_\rho \eta_\sigma \eta_\lambda = \eta_\lambda \delta_{\rho\sigma} + \eta_\rho \delta_{\lambda\sigma}, \\ \Gamma_\lambda \Gamma_\rho + \eta_\rho \eta_\lambda = \delta_{\lambda\rho}, \\ \Gamma_\lambda \eta_\rho + \Gamma_\rho \eta_\lambda = 0, \qquad \eta_\lambda \Gamma_\rho + \eta_\rho \Gamma_\lambda = 0. \end{array}\right\} \tag{40}$$

L'équation d'ondes adjointe est dans ce cas

$$\partial_\lambda \bar{\Phi}\,\Gamma_\lambda - \varkappa \bar{\Phi} = 0, \tag{41}$$

où

$$\bar{\Phi} = \Phi^\dagger(2\Gamma_4^2 - 1).$$

Nous arrangerons maintenant les 16 composantes de $\Phi_{\alpha\beta}$ en une matrice-colonne Φ' de telle sorte que la transposée s'écrive

$$\tilde{\Phi}' = \|\Phi_{11} \ldots \Phi_{14}\, \Phi_{21} \ldots \Phi_{24}\, \Phi_{31} \ldots \Phi_{34}\, \Phi_{41} \ldots \Phi_{44}\|. \tag{42}$$

Les équations d'ondes (36) et (41) deviennent alors

$$\Gamma'_\lambda \partial_\lambda \Phi' + \varkappa \Phi' = 0, \qquad \partial_\lambda \overline{\Phi'}\,\Gamma'_\lambda - \varkappa \overline{\Phi'} = 0, \tag{43}$$

où

$$\overline{\Phi'} = \Phi'^\dagger(2\Gamma_4'^2 - 1).$$

Les Γ'_λ sont ici des matrices 16-16 et toutes les opérations sont maintenant purement matricielles. On démontre facilement que ([1])

$$\Gamma'_\lambda = \frac{1}{2}(\gamma_\lambda \times I + I \times \gamma_\lambda), \tag{44}$$

qui, avec $\eta'_\lambda = \frac{1}{2}(\gamma_\lambda \times I - I \times \gamma_\lambda)$, satisfont toujours aux relations (40). Dans cette formulation purement matricielle, la fonction lagrangienne, le vecteur densité de courant-charge, le tenseur canonique ont des expressions identiques à (11), (12) et (13) respectivement, avec évidemment φ, $\bar{\varphi}$ et Λ_λ remplacés ici par Φ', $\overline{\Phi'}$ et Γ'_λ.

Dans cette formulation, nous pouvons effectuer la décomposition des états de spin à l'aide d'une simple transformation unitaire S, qui a pour but de diagonaliser les matrices Γ'_λ par rapport aux états de spin. Posons donc

$$\Psi = S\Phi', \tag{45}$$

et

$$\beta_\lambda = S\,\Gamma'_\lambda\,S^{-1}. \tag{46}$$

Alors

$$\bar{\Psi} = \Psi^\dagger\,\zeta = \overline{\Phi'}\,S^{-1}, \quad (\zeta = 2\beta_4^2 - 1). \tag{47}$$

Les équations d'ondes (43) deviennent maintenant

$$\beta_\lambda \partial_\lambda \Psi + \varkappa \Psi = 0, \qquad \partial_\lambda \bar{\Psi}\,\beta_\lambda - \varkappa \bar{\Psi} = 0. \tag{48}$$

Pour une représentation explicite bien définie des Γ'_λ, on démontre facilement que la matrice

([1]) Soient A et B deux matrices 4-4. $A \times B$ représente alors la matrice 16-16 suivante :

$$\left\| \begin{array}{c} A_{11} B \;\ldots\; A_{14} B \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ A_{41} B \;\ldots\; A_{44} B \end{array} \right\|.$$

unitaire 16-16, **S**, est bien déterminée pour que les matrices β_λ soient diagonalisées par rapport aux états de spin de la façon suivante :

$$\beta_\lambda = \left\| \begin{array}{c:c:c} \beta_\lambda^{(1)} & & \\ \hdashline & \beta_\lambda^{(0)} & \\ \hdashline & & 0 \end{array} \right\| \qquad (49)$$

Les $\beta_\lambda^{(1)}$ sont les matrices 10-10 et les $\beta_\lambda^{(0)}$ les matrices 5-5 définies au paragraphe 2 par (15). Écrivons maintenant

$$\Psi = \| \psi^{(1)} \,\vdots\, \psi^{(0)} \,\vdots\, \chi \|, \qquad (50)$$

où $\psi^{(1)}$ contient les 10 premières composantes, $\psi^{(0)}$ les 5 suivantes et χ est la dernière composante de Ψ. Alors d'après (47),

$$\overline{\Psi} = \| \overline{\psi^{(1)}} \,\vdots\, \overline{\psi^{(0)}} \,\vdots\, -\chi^* \|, \qquad (51)$$

où

$$\overline{\psi^{(1)}} = \psi^{(1)\dagger}\,\zeta^{(1)}, \qquad \zeta^{(1)} = 2\beta_4^{(1)^2} - 1, \qquad (52)$$

$$\overline{\psi^{(0)}} = \psi^{(0)\dagger}\,\zeta^{(0)}, \qquad \zeta^{(0)} = 2\beta_4^{(0)^2} - 1. \qquad (53)$$

Les équations d'ondes (48) se décomposent alors en les équations (31) également, avec, en outre, $\varkappa\chi = 0$ et $\varkappa\chi^* = 0$.

Pour voir de quelle façon se décomposent les grandeurs physiques par rapport aux états de spin, il suffit d'étudier la décomposition de la grandeur bilinéaire $\overline{\Phi'}\,\Omega\Phi'$, Ω étant une matrice 16-16 qui est en général un polynôme des matrices Γ'_λ. Avec (45), (46) et (47) puis d'après (49), (50) et (51), nous avons

$$\begin{aligned} \overline{\Phi'}\,\Omega\,\Phi' &= \overline{\Psi}\,\omega\,\Psi \\ &= \overline{\psi^{(1)}}\,\omega^{(1)}\,\psi^{(1)} + \overline{\psi^{(0)}}\,\omega^{(0)}\,\psi^{(0)} - \omega_0\,\chi^*\,\chi. \end{aligned} \qquad (54)$$

Ici ω, $\omega^{(1)}$ et $\omega^{(0)}$ sont le même polynôme, mais de β_λ, de $\beta_\lambda^{(1)}$ et de $\beta_\lambda^{(0)}$ respectivement. ω_0 est le terme constant dans ce polynôme.

Toutes les quantités bilinéaires, densités de grandeurs physiques, se décomposent de la même manière que (54). On y remarque l'absence complète de termes croisés des variables des spins différents, ce qui caractérise la structure interne du champ de spin maximum 1 en ce qui concerne la façon dont se mélangent les spins 1 et 0. En fait, d'après (49), (50) et (51), ce champ est simplement une mise ensemble d'un spin 1, d'un spin 0 et de la composante χ sans aucune « interférence » des trois composantes. Celles-ci sont donc complètement indépendantes au sein du champ composé.

5. **Comparaison des deux champs en ce qui concerne la structure interne.** — Les résultats des paragraphes 2 et 3 nous montrent de quelle façon les spins 1 et 0 se mélangent au sein du champ vectoriel. Selon (15) et (33), les matrices 11-11 du champ composé, Λ_λ et θ, s'obtiennent par la combinaison des matrices correspondantes des deux spins 1 et 0 de telle sorte que la partie carrée 7-8-9-10 de chaque matrice composée soit commune aux deux matrices composantes. Ainsi, au sein des matrices composées 11-11, les rangs et les colonnes 1 à 10 forment les matrices correspondantes 10-10 du champ irréductible de spin 1 et les rangs et colonnes 7 à 11 forment les matrices 5-5 du champ irréductible de spin 0. D'une façon semblable, la fonction d'ondes à 11 composantes du champ composé est la somme des fonctions d'ondes des spins 1 et 0, de telle sorte que ses 7e à 10e composantes sont effectivement la somme des composantes correspondantes des spins 1 et 0, mais qu'aucun mélange ne se fait dans les sept autres composantes. Ainsi

$$A_\lambda = A_\lambda^{(1)} + A_\lambda^{(0)}, \qquad F_{\lambda\rho} = F_{\lambda\rho}^{(1)}, \qquad X = X^{(0)}. \qquad (55)$$

Ce mode de composition des matrices du champ vectoriel dans la représentation corpusculaire nous amène inévitablement à une différence de signe dans les définitions de $\xi^{(1)}$ et $\xi^{(0)}$ (voir (34) et (35)). Ceci exige alors une énergie négative dans l'état de spin 0, si l'énergie est positive dans l'état de spin 1. D'autre part, dans (55), $A_\lambda^{(1)}$ est un vecteur de divergence nulle et $A_\lambda^{(0)}$ un vecteur de rotation nulle. Au sein du champ composé, les deux vecteurs doivent se combiner pour former un vecteur général, A_λ. Il y a donc effectivement une « interférence » des états de spin 1 et 0 dans le mélange des deux spins au sein du champ composé. C'est pour cela que des termes croisés des variables des spins 1 et 0 se présentent toujours dans les grandeurs bilinéaires, densités de grandeurs physiques du champ composé, bien que, après l'intégration, ces termes ne contribuent en rien aux grandeurs physiques totales. L'interférence des spins 1 et 0 ne produit en fait aucun effet physique observable, au moins en cas d'absence de champ extérieur (champ électromagnétique par exemple).

Dans le cas du champ de spin maximum 1 de la théorie de fusion, après la décomposition des spins à l'aide d'une transformation unitaire (matrice 16-16, **S**), nous avons démontré que les matrices du champ composé, β_λ, sont de simples superpositions sans interférence des matrices correspondantes des trois champs composants irréductibles ; et de même dans le cas de la fonction d'ondes. Les matrices β_λ (et alors les Γ_λ aussi) du champ composé obéissent donc aux mêmes règles non commutatives que les champs composants irréductibles, tandis que les matrices Λ_λ du champ vectoriel doivent satisfaire à des règles algébriques différentes, celles de (6). Avec ce mode de composition des matrices dans la théorie de fusion, nous avons évidemment signe « plus » à la fois dans la définition de $\zeta^{(1)}$ et dans celle de $\zeta^{(0)}$ (voir (52) et (53)). Ceci assure une énergie positive à la fois à l'état de spin 1 et à

l'état de spin 0. D'autre part, comme la fonction d'ondes du champ composé est une superposition sans interférence des fonctions d'ondes des champs composants, ceux-ci restent complètement indépendants les uns des autres. Il n'y a donc pas de mélange effectif des spins 1 et 0 au sein du champ de spin maximum 1. Cet aspect de l'indépendance complète des champs composants se manifeste encore très clairement dans les quantités bilinéaires, densités de grandeurs physiques du champ composé, car il n'y a en fait aucun terme croisé des spins différents dans ces densités après la décomposition explicite des états de spin.

6. **Conclusion.** — Nous pouvons conclure que, malgré leur composition identique au point de vue du spin [4], le champ vectoriel est différent du champ de spin maximum 1 de la théorie de fusion quant à la structure interne d'états de spin. Nous remarquons d'autre part que, dans la formulation matricielle, l'algèbre définie par la première relation non commutative de (40) et étudiée en détail par M. Case [6], n'est pas la seule possibilité pour la théorie générale des spins 1 et 0, quoique les représentations irréductibles des deux spins doivent toujours obéir à cette algèbre. L'algèbre définie par la relation (6) constitue une autre possibilité dans la théorie générale des spins 1 et 0, et est un cas généralisé de la première possibilité. Comme nous l'avons montré plus haut, la conséquence physique de la différence des deux algèbres se manifeste dans la façon dont les états de spin 1 et 0 sont mis ensemble au sein du champ composé.

J'exprime mes vifs remerciements à M. L. de Broglie et Mme M.-A. Tonnelat pour m'avoir indiqué l'existence possible de rapports entre les champs tensoriels généraux et les champs de spin maximum entier de la théorie de fusion.

Manuscrit reçu le 27 juillet 1957.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Tzou (K. H.), *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 559 ; *Thèse*, Paris, 1956.
[2] Broglie (L. de), « Théorie générale des particules à spin » (2e édit., 1954, Gauthier-Villars, Paris).
[3] Kemmer (N.), *Proc. Roy. Soc.* (London), 1938, A **116**, 127. Schrödinger (E.), *Proc. Roy. Soc.* (London), 1955, A **229**, 39. Case (K. M.), *Phys. Rev.*, 1955, **99**, 1572.
[4] Tzou (K. H.), *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **244**, 1886 et 2009.
[5] Tzou (K. H.), *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **244**, 2137.
[6] Case (K. M.), *Phys. Rev.*, 1956, **101**, 439.

ERRATUM

Article de MM. J. Tillieu, J. Baudet et J. Guy, **Table d'intégrales à deux centres**, *J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 455-458.

Page 456, dans l'intégrale J numéro 44, pour le 12e terme, *au lieu de* $-A_2B_6$ *lire* $-A_2B_0$

MÉTHODE DES ÉMULSIONS NUCLÉAIRES COURBÉES

Par J. HEIDMANN,
Laboratoire de Physique, École Polytechnique, Paris.

1. **Introduction.** — La méthode décrite ici a pour but de permettre de reconnaître facilement les traces de particules rapides enregistrées dans des émulsions photographiques nucléaires *à un moment donné*. Par exemple, lors d'exposition d'émulsions au rayonnement cosmique en ballons, elle permet de discriminer les particules enregistrées pendant le plafonnement de celles enregistrées pendant la montée et la descente. Elle consiste à courber les émulsions avec un rayon de courbure de quelques cm aux instants inopportuns et à les maintenir planes aux moments favorables. Ainsi, une trace indésirable paraîtra courbée lorsqu'elle sera examinée au microscope.

Cette méthode permet de « marquer » toute trace suffisamment longue, pourvu que son angle avec les génératrices du cylindre formé par l'émulsion courbée ne soit pas trop faible. Les traces les plus intéressantes, c'est-à-dire les plus longues, sont les plus aisément repérables. De plus, la méthode ne nécessite pas le passage d'une émulsion à une autre pour reconnaître une trace, l'information étant contenue dans l'émulsion même où se trouve la trace.

2. **Formule.** — Soit une émulsion d'épaisseur $2a$ courbée en un cylindre de rayon de courbure

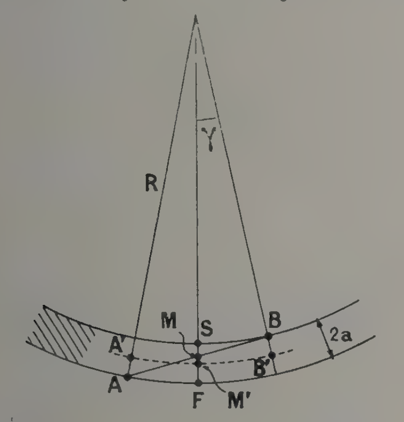


Fig. 1. — Définition de la flèche.

moyen R (*fig.* 1) et une trace AB perpendiculaire à l'axe du cylindre. Lorsque l'émulsion, rendue plane, sera examinée au microscope, la trace aura la longueur projetée A'M'B' $= 2d$ (M' : milieu de SF). La flèche f sera la longueur MM' déterminée en mesurant la distance de la trace, perpendiculairement au plan de l'émulsion, au milieu M' de A'B' et de SF.

On a :

$$f = R - \frac{R^2 - a^2}{R} \cos \gamma]$$

où $\gamma \sim d/R$ est l'angle indiqué sur la figure. Pour un rayon de courbure $R = 3$ cm et des émulsions de 600 μ, valeurs adoptées dans cette étude, d est au maximum égal à 3.000 μ pour une trace AB coupant effectivement les deux faces de l'émulsion.

A une approximation suffisante (1 %), on peut simplifier :

$$f = \frac{a^2}{R} + \frac{d^2}{2R}. \qquad (1)$$

Pour une trace non perpendiculaire à l'axe du cylindre, c'est évidemment sa longueur projetée sur un plan perpendiculaire à l'axe qu'il faut porter dans (1).

A part un terme résiduel $a^2/R \sim 3$ μ, d'un intérêt purement académique, la flèche croît comme le carré de la longueur de la trace et peut aller jusqu'à la valeur 150 μ pour une trace coupant les 2 faces de l'émulsion. Elle est portée suivant la courbe (*a*) sur la figure 3. (Une trace plus longue, ou placée favorablement, couperait deux fois la même face de l'émulsion et ne nécessiterait aucune mesure de flèche pour être « reconnue ».)

3. **Expérimentation.** — Une exposition effective d'émulsions courbées à des particules rectilignes était nécessaire pour apprécier les causes d'erreur et le côté pratique de la méthode, et aussi pour voir si des émulsions courbées puis décourbées ne portaient pas de traces des efforts mécaniques de torsions, pressions et glissements. En fait, aucun effet de ce genre ne fut remarqué. Comme source de traces rectilignes nous avons pris les noyaux primaires lourds rapides du rayonnement cosmique. Un vol a été fait le 5 janvier 1956 avec 4 ballons Darex J-8 800 (départ 7 h 55, chute entre 12 h 00 et 13 h 20 T. U.). 5 émulsions Ilford G-5 de 600 μ d'épaisseur et de dimensions 5×10 cm étaient enveloppées dans du

thermoplastique non. Une extrémité du paquet était serrée entre deux formes, l'une plane, l'autre cylindrique (*fig.* 2). Des tensions (de l'ordre du kg) sur des rubans permettaient d'appliquer les émulsions sur l'une ou l'autre forme. Les émulsions ont été courbées avant le vol et décourbées le lendemain après-midi ; une émulsion témoin plane volait en même temps.

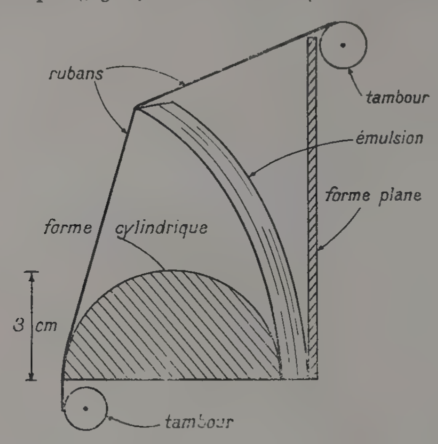


Fig. 2. — Schéma de l'appareil à courber.

4. **Mesures.** — Une vingtaine de noyaux lourds rapides suffisamment longs ($2d > 700\ \mu$) ont été repérés. Leur rapidité était jugée d'après la constance de l'ionisation et la rectilinéarité de la trace dans le plan de l'émulsion. La mesure de la flèche se fait à l'aide de deux montres, l'une au 1/100e de mm pour trouver le milieu de la trace, l'autre au micron pour les mesures de profondeur. Le choix de 3 cm pour le rayon de courbure permet de mesurer une flèche en quelques minutes. Les résultats sont donnés dans le Tableau I ; les traces 1-17 appartiennent aux émulsions courbées, les traces a-e à l'émulsion témoin. Les flèches sont ramenées à l'épaisseur initiale d'émulsion, c'est-à-dire 600 μ. Elles sont portées sur la figure 3.

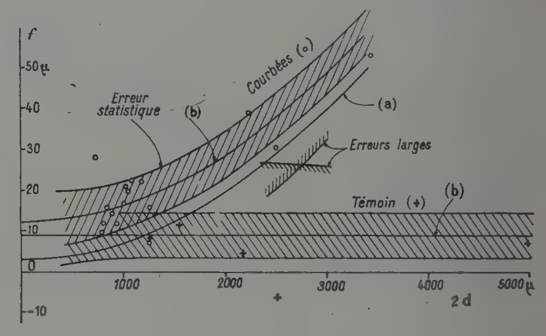


Fig. 3. — Flèches en fonction de la longueur $2d$.

5. **Discussion des erreurs.** — La détermination des erreurs est le problème le plus important car le domaine de validité de la méthode en dépend : plus les erreurs seront petites, plus courtes, donc plus nombreuses, seront les traces mesurables. Nous déterminerons deux sortes d'erreurs : les erreurs larges, qui ne sont dépassées en aucun cas, et les erreurs statistiques usuelles.

Appelons z_F, z_M et z_S les cotes des points F, M et S

TABLEAU 1

N°	Nature approximative	Longueur en μ	Angle avec axe cylindre en degrés	2d en μ	Épaisseur émulsion développée en μ	Flèche f en μ
1	C	2 674	72	803	327	12
2	C	1 146	23	1 053	334	20
3	~ C	1 170	40	896	319	14
4	> C	1 314	17	1 260	306	16
5	~ C	1 048	27	933	306	12
6	C	1 204	12	1 178	313	22
7	> C	2 500	1	2 500	316	30
8	≫ C	1 082	20	1 022	296	21
9	O	2 386	22	2 222	322	39
10	Fe	1 160	50	725	311	28
11	> Mg	3 790	25	3 432	321	53
12	Mg	1 060	27	840	306	16
13	Fe	1 612	48	1 080	307	22
14	C	2 354	58	1 250	338	7
15	Fe	1 512	48	1 007	326	17
16	C	1 410	56	790	316	9
17	> Mg	6 760	25	coupe 2 fois la même face		
a	Mg	1 260			329	8
b	< Mg	2 170			327	5
c	≫ C	4 980			332	7
d	> C	2 510			338	— 6
e	> C	1 545			339	1

(voir figure 1) tels qu'ils apparaissent au microscope sur l'émulsion développée ; et soit :

$$h = z_M - z_F, \quad e = z_S - z_F, \quad l = 2d.$$

On a :

$$f = (h - e/2)(600/e) = (z_M - z_F/2 - z_S/2)(600/e).$$

Toutes longueurs exprimées en μ.

1° Erreur due au repérage du milieu de la trace. — L'erreur sur f dûe à une erreur Δl sur l est :

$$\Delta f_l = \Delta l \frac{e}{l} \frac{600}{e}$$

Δl provient de 3 lectures faites à $\pm$ 2 μ. L'erreur large est donc $\Delta h_l = 3\,600/l$, et l'erreur statistique est $2\,100/l$.

2° Erreurs sur les lectures en profondeur. — La première est due à la montre qui lit à $\pm$ 1 μ. L'erreur large sur f est donc, d'après la formule ci-dessus, $\Delta f_M = 1\,200/e$, et l'erreur statistique : $740/e$. La seconde est due à la densité finie des grains de l'émulsion, le repérage de z_F et z_S se faisant d'après les grains parasites noyés dans l'émulsion.

Pour la zone centrale du champ du microscope dans laquelle se faisaient les pointés (diamètre $\sim$ 30 μ) il y a environ un grain tous les 1/2 microns en profondeur ; l'erreur large sur f est donc $\Delta f_G = (0 \text{ à } 1)\, 600/e$. Au total les lectures en profondeur donnent l'erreur large $\Delta f_P = 1\,800/e$ et l'erreur statistique $\sim 800/e$. La courbure du champ, dans ces pointés, donne une erreur négligeable.

3° Erreurs dues aux variations d'épaisseur de l'émulsion. — a. *Variations à grande échelle.* — Ces variations ont été déterminées en mesurant au

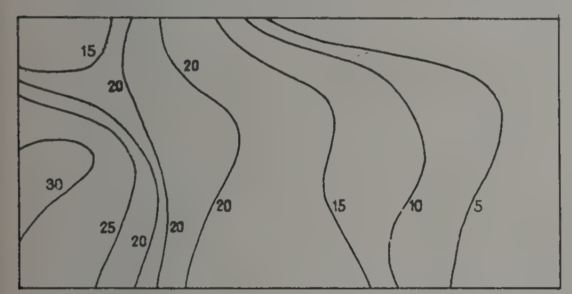


Fig. 4. — Lignes de niveau d'une émulsion (cotes en microns)

comparateur en une cinquantaine de points l'épaisseur d'émulsions du même lot non développées. Les lignes de niveau d'une émulsion typique sont représentées par la figure 4. Si les deux faces de l'émulsion, au lieu d'être parallèles, font entre elles un angle ε il en résultera sur f une erreur $\Delta f_g = l\varepsilon/4$. D'après la carte ε est de l'ordre de 10 μ/1 cm $\sim 10^{-3}$; donc Δf_g est négligeable.

b. *Variations à échelle moyenne.* — Des mesures d'épaisseur d'émulsion développées, au microscope, ont été faites tous les 100 μ sur une douzaine de segments de 1 mm de long ou plus. Les variations maxima d'épaisseur ont pour moyenne $\pm$ 2 μ et semblent être tout simplement dûes aux erreurs du § 2. Des ondulations de longueur d'onde de l'ordre du mm existent peut-être. Il en résulterait des variations de pente ε d'environ $4/500 \sim 10^{-2}$ donnant une erreur sur la flèche $\Delta f_m \sim l/100$ pour l au maximum égal à la demi-longueur d'onde ; on a donc $\Delta f_m \lesssim 5$ μ. L'erreur statistique est de l'ordre de 3 μ.

c. *Variations à petite échelle.* — Enfin, sur une dizaine de segments de 100 μ de long des mesures d'épaisseur ont été faites tous les 10 μ ; elles donnent aussi des variations maxima de l'ordre de $\pm$ 2 μ sur e. Si ces variations sont réelles, elles correspondent à des trous et bosses répartis au hasard sur les 2 faces et d'amplitude

$$\pm \frac{2}{\sqrt{2}}\, \mu \sim \pm 1{,}5\, \mu.$$

Si une bosse se trouve à une extrémité de la trace et un creux à l'autre extrémité, l'erreur sur f sera $\Delta f = 600 . 1{,}5/e = 900/e$. Si il y a un creux en S et une bosse en F il en résultera la même erreur sur f. Etc... Au total l'erreur large sur f sera : $\Delta f_p = 1\,800/e$ et l'erreur statistique $900/e$.

Au total les erreurs larges sur la flèche sont, puisque $e \sim 300\, \mu$:

$$\Delta f = 3\,600/l + 17 \text{ microns} \qquad (2)$$

et les erreurs statistiques sont :

$$\Delta f_{st} = \sqrt{(2\,100/l)^2 + 25\, \mu} \sim 5 \text{ à } 6 \text{ microns}. \qquad (3)$$

4. Erreur systématique due a la contraction de l'émulsion. — Si on mesure l'écart moyen des points expérimentaux par rapport à la courbe théorique (a) figure 3 pour les émulsions courbées et $f = 0$ pour l'émulsion témoin, on trouve $+ 9$ μ. Cette erreur systématique peut s'expliquer par le fait que l'émulsion, après développement, se contracte plus en surface que du côté du verre où elle a été collée.

Rapportons l'émulsion vue par la tranche à 2 axes xOy (*fig.* 5). Un élément dy se transformera après développement en dy' que l'on peut exprimer au 1er ordre près par

$$dy' = (c - k\,y/2a)\, dy.$$

Une trace de longueur l : $y = (2a/l)\,x$ se transformera en $y' = (2ac/l)\,x - (ak/l^2)\,x^2$ et il en résultera une flèche : $f_c = ak/4$. Égalant f_c à 9 μ,

on obtient $k = 12$ %. D'autre part la contraction totale est : $c = k/2 \sim 320/600$; d'où $c \sim 60$ %.

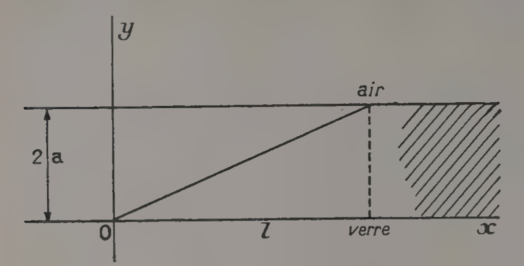


Fig. 5. — Contraction différentielle.

Cela veut dire que la contraction en surface est 52% et celle du côté verre 40 %, valeurs tout à fait raisonnables.

4. **Domaine d'application.** — En définitive, sur la figure 3 nous traçons les courbes (b) obtenues en ajoutant 9 μ aux courbes (a) et $f = 0$. Nous les encadrons de leurs erreurs statistiques, et partiellement, des erreurs larges. On voit ainsi que, lorsque l'on fait des études statistiques, la méthode est applicable pour toute trace de longueur $2d$ supérieure à 1 400 μ, avec des émulsions de 600 μ. Lorsque l'on fait des études individuelles, la méthode est applicable à partir de 2 800 μ.

Nous n'avons pas fait de mesures de *scattering* multiple sur des traces au minimum d'ionisation, pour voir si courber l'émulsion le perturbe. Nous pensons appliquer la méthode aux noyaux lourds uniquement, lors de vols en fusées légères lâchées de ballons. Dans de tels vols il est primordial de discriminer les traces enregistrées pendant les quelques minutes de vol extra-terrestre de celles enregistrées pendant la montée en ballons. La forme d'une fusée se prête bien à l'utilisation d'un paquet d'émulsions longues et peu larges, courbées en un cylindre allongé dans le sens de la fusée.

Nous sommes heureux de remercier Mme J. Heidmann pour le soin qu'elle a apporté à l'ensemble des mesures et pour ses contributions dans la discussion des causes d'erreur. Nous remercions également M. G. Kayas pour la qualité du développement qu'il a effectué et M. L. Leprince-Ringuet pour ses encouragements.

Manuscrit reçu le 27 septembre 1957.

REVUE DES LIVRES

Broglie (L. de), **La théorie de la mesure en mécanique ondulatoire** (interprétation usuelle et interprétation causale), 1 vol., 16 × 25 cm, 130 p, Paris, Gauthier-Villars, 1957, 2.500 F.

Après avoir repris l'exposé des principes de la mécanique quantique usuelle et donné les idées de M. von Neumann sur la mesure, M. de Broglie résume les idées de base de la théorie de la double solution et montre comment à l'aide de ces idées, l'on peut échapper au paradoxe d'Einstein (localisation instantanée d'un corpuscule très étalé). La discussion de la notion de mesure est très nouvelle, et souligne le rôle fondamental du déclenchement d'un phénomène macroscopique, par le phénomène microscopique étudié, l'appareil de mesure proprement dit ne jouant qu'un rôle accessoire. Ce livre n'est pas surchargé de symbolisme mathématique, et la lecture en est très agréable.

J. Winter.

Arzeliès (H.), **La dynamique relativiste et ses applications.** Fascicule I. 1 vol. broché de 304 p., 16 × 25 cm, Paris, Gauthier-Villars, 1957, 4.000 F.

La dynamique relativiste devra comprendre 4 fascicules, dont voici le premier. Ce qui, avec la cinématique, fera 5 volumes pour la relativité restreinte (sans théories de la gravitation, mais avec toutes applications et théorie des champs). Ce premier fascicule traite de la dynamique du point lentement accéléré et des phénomènes d'interaction entre charges électriques. Ouvrage très détaillé, trop même. L'idée que la mécanique est la science fondamentale et que l'électro-magnétisme en est une sorte de conséquence paraît très contestable. L'emploi des notations tensorielles pourrait beaucoup simplifier l'exposé, et on comprend mal pourquoi elles sont évitées. Mais l'exposé des diverses applications est clair.

J. Winter.

Prigogine (I.), **Théorie moléculaire des solutions. (The molecular Theory of Solutions.)** 1 vol., 16 × 23 cm, 448 pages, North-Holland Publishing C°, Amsterdam 1957, guilders 48 (en anglais).

Étude générale des propriétés des solutions basées sur la thermodynamique statistique. On emploie divers modèles, réseau cristallin, cellules. Étude des mélanges. Cas des molécules sphériques, polyatomiques. Liaison hydrogène. Cas des polymères.

J. Winter.

ÉTUDE OPTIQUE ET DIÉLECTRIQUE DE LA BORACITE

Par Yves LE CORRE,
Laboratoire de Physique Théorique, Collège de France, Paris.

I. Introduction. — Peu de minéraux ont été autant étudiés que la boracite, constituée par du chloroborate de magnésium : $Mg_3B_7O_{13}Cl$, où quelques traces de fer divalent se substituent éventuellement au magnésium.

On trouvera une importante bibliographie dans le *Dana's System of Mineralogy*, II [1].

A haute température, la boracite (forme β) est cubique, probablement hémièdre de classe T_d ($\bar{4}\,3\,m$). A 265 °C, elle subit une transformation polymorphique avec dégagement de 4,8 cal/g pour constituer (forme α) un édifice mimétique à forme cubique. Cet édifice est composé de diverses plages ayant les six orientations d'un cristal simple, probablement orthorhombique, de classe C_{2v} ($m\,m\,2$), conformément à la matrice de transformation

1/2, 1/2, 0/1/2, 1/2, 0/0, 0, 1.

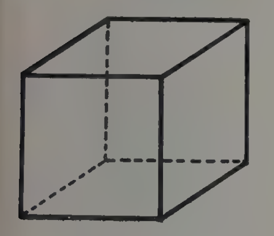
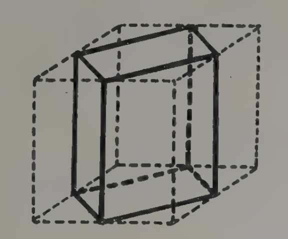



Fig. 1.

Forme β ($T > 265$ °C)	Forme α ($T < 265$ °C)
$a = 12{,}1$ Å	$a' \# b' = 8{,}54$ Å
cubique	$c = 12{,}07$ Å
8 molécules par maille	orthorhombique
	4 molécules par maille.

Relation entre les mailles des deux phases de la boracite.

Au-dessous de la transition, la boracite est très pyroélectrique selon les quatre axes ternaires de l'édifice pseudocubique [2, 3].

Plus récemment, Ito, Morimoto et Sadanaga en ont étudié la structure [4]. Ils adoptent, à haute température, le groupe $T_d^5 - F\,\bar{4}\,3\,c$ et indiquent qu'en dessous de la transition la symétrie est probablement $C_{2v}^5 - P\,c\,a$ qui est sous-groupe du précédent avec conservation des deux miroirs à 45° de l'hémièdre tétraèdrique ; l'axe binaire constitué par leur intersection est un des anciens axes $\bar{4}$ de la phase β et serait l'axe pyroélectrique.

Ils montrent que la boracite est constituée par un assemblage rigide de tétraèdres BO_4 prolongés à leurs sommets par des pyramides BO_3O. Cette ossature laisse de grandes cavités occupées par des ions chlores. Il semble que ces ions chlores sont très mobiles au-dessus du point de transition.

Tous ces faits laissent à penser que la boracite pourrait être ferroélectrique. Déjà en 1937, Jaffé et Cady [5] avaient émis cette hypothèse, mais Jaffé n'avait noté, selon l'axe ternaire, aucune anomalie diélectrique jusqu'à 315 °C, mesurant simplement un coefficient de température de + 0,10 % par °C.

Nous avons observé :

1° Le mouvement des domaines dans un champ électrique.

2° La discontinuité de la constante diélectrique à 265 °C.

3° Le cycle d'hystérésis à 50 périodes.

II. Étude des domaines. — Nos observations ont porté sur une dizaine de cristaux parfaitement transparents, provenant de Eime Hildesheim et Lüneburg (Hanovre) et de Schüde (Brunswig). Les plus beaux de ces échantillons nous ont été obligeamment fournis par le Laboratoire de Minéralogie de la Sorbonne.



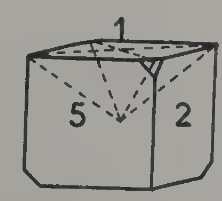


Fig. 2. — Distribution des plages dans la boracite d'après G. Friedel ; les limites de plages sont les limites des domaines à 90°.

Au microscope polarisant, on observe des régions hachurées par des traits sensiblement rectilignes et parallèles. On peut supposer que ces traits limitent des domaines à 180°. Les régions elles-mêmes ont été déjà très étudiées et se présentent bien comme l'indique G. Friedel [6] : les cristaux présentant le faciès du dodécaèdre sont sensiblement divisés en douze pyramides ; ceux qui présentent le faciès du cube sont divisés en six pyramides, ces pyramides ont leur sommet au centre du polyèdre et leur base sur ses faces (*fig.* 2).

Les limites des plages sont modifiées par une action mécanique ; leur mouvement n'a pu être observé que sur un seul cristal, de forme cubique, ayant des arêtes de l'ordre du millimètre.

On met au point, dans un plan situé sensiblement à mi-hauteur du cube ; on observe une répartition des domaines conforme à la figure 3*a*. A la température de transition, les domaines disparaissent brusquement. Si la température n'est pas uniforme, on observe l'isotherme de 265 °C comme étant la limite des deux formes α et β (*fig.* 3*b*).

Sous l'effet d'un champ de 2 000 V/cm, on voit la limite (α, β) se déplacer pendant quelques secondes dans la direction des basses températures de quelques centièmes de millimètres, indépendamment du signe du champ, cependant que certains domaines se développent aux dépens de leurs voisins (*fig.* 3*c*).

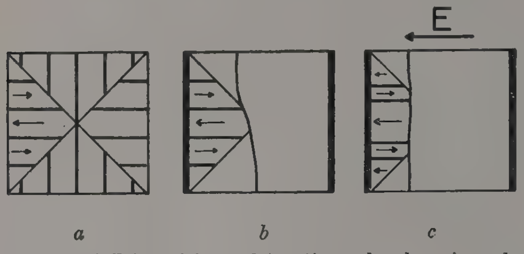


FIG. 3. — *a*) Répartition schématique des domaines dans la boracite.

b) Le cristal est soumis à une température non homogène autour de 265 °C, la partie claire et isotrope est constituée de phase β.

c) On applique un champ extérieur *E*, on observe : 1° une variation de la limite (α, β) ; 2° un accroissement de certains domaines au dépend de leurs voisins.

Les figures 3 sont très schématiques, en réalité les domaines sont enchevêtrés, les modifications ne sont visibles que dans quelques régions particulières, proches de la limite (α, β) ; il n'a pas été possible de prendre des photographies suffisamment nettes du phénomène.

Ces observations semblent prouver : 1° que, sous l'effet d'un champ, la phase β peut se transformer en phase α à une température légèrement supérieure à la température de transition. On sait que le double cycle d'hystérésis que présente le titanate de baryum près de son point de Curie provient d'un effet semblable [7] ; 2° que, conformément à la symétrie affectée à la phase α, la polarisation spontanée est dirigée suivant l'un des axes quaternaires de la phase β.

Cette dernière conclusion est en accord avec les idées de G. Friedel [6] sur la formation des mâcles et avec celles de Jeloudev et Shouvalov [8] sur les symétries des phases ferroélectriques. La pyroélectricité apparente de la boracite dépend de la distribution des domaines.

Signalons que les cristaux ont une grande tendance à se briser dès qu'on les chauffe et il importe de n'atteindre la température de transition qu'en plusieurs heures.

III. Variation de la constante diélectrique avec la température. — Un seul des cristaux en notre possession était de taille suffisante pour permettre l'étude de la constante diélectrique ; il présentait l'aspect d'un dodécaèdre et provenait de Lüneburg (Hanovre). Nous avons taillé une lame normalement à un axe binaire du cube (épaisseur : 1,4 mm, surface : 22 mm²). Il aurait été préférable de la tailler suivant un axe quaternaire probablement ferroélectrique mais la forme du cristal ne s'y prêtait pas. Le cristal était argenté au Leitsilber Degussa et maintenu dans une étuve par deux pointes métalliques qui servaient d'amenée de courant. Un thermocouple était en contact avec une des électrodes.

Les mesures ont été faites au Q mètre Férisol, à la fréquence de 1 Mc/s. Les mesures ne sont pas précises ; on peut admettre une incertitude de 5 % sur les valeurs de ε', et de 20 % sur celles de tg δ. La précision que les variations relatives de ces grandeurs est limitée par des fluctuations du Q mètre.

Les résultats expérimentaux sont indiqués figure 4. On n'a pas observé d'hystérésis thermique. La brusque discontinuité de la constante diélectrique se situe à 265,0 ± 0,5 °C. L'accroissement des pertes à la transition est masquée, en partie, par la conductibilité et s'étend sur une dizaine de degrés.

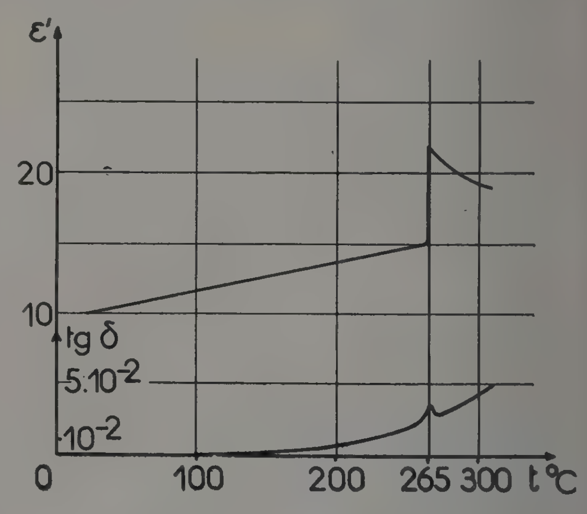


FIG. 4. — Variation de ε' et tg δ suivant (110) en fonction de la température à 1 Mc/s.

Avant la transition, ε' à un coefficient de température constant de 0,20 % par °C ; au delà, sa décroissance paraît conforme à une loi de Curie-Weiss.

IV. **Observation du cycle d'hystérésis.** — Nous avons observé le cycle d'hystérésis à 50 c/s sur la même lamelle cristalline à l'aide du montage classique de Sawyer et Tower.

On est limité par la valeur du champ disruptif qui, dans les conditions de l'expériences, décroissait de 20 kV/cm à la température ambiante à 8 kV/cm à 300 °C.

On a constaté qu'il était possible de compenser linéairement le déphasage dû à la conductibilité en dehors de l'intervalle 200 °C, 265 °C. Dans cet intervalle de température on observait un cycle d'hystérésis allongé (*fig.* 5). On ne peut pas assurer que la saturation était atteinte. La polarisation rémanente observée ne dépassait pas

$$P_r = 0{,}002\ \mu C/cm^2.$$

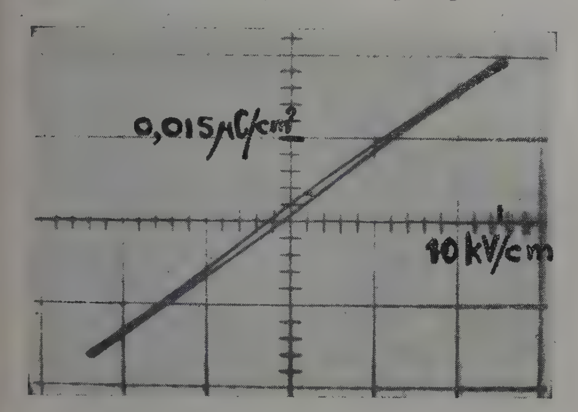


Planche I. — Cycle d'hystérésis à 260° : Polarisation suivant (110) en fonction du champ appliqué selon la même direction.

La valeur très élevée du champ de saturation et la valeur particulièrement faible de P_r sont probablement dues à la présence d'impuretés dans le minéral qui abaissent considérablement la vitesse de retournement des domaines sous l'action d'un champ électrique (plusieurs secondes sont nécessaires d'après l'examen au microscope polarisant). En effet, reprenant l'expérience avec un autre cristal coloré en vert (traces de Fe^{++}), nous n'avons pas réussi à mettre en évidence le cycle d'hystérésis. Il serait intéressant d'expérimenter sur de la boracite artificielle.

V. **Conclusion.** — Les observations effectuées nous incitent à penser que la transition que présente la boracite, $Mg_3B_7O_{13}Cl$ à 265 °C est une transition ferroélectrique :

1° Les limites de domaines se déplacent sous l'action d'un champ électrique dirigé suivant (001), c'est-à-dire l'axe $\bar{4}$ de la phase β, qui serait l'axe ferroélectrique.

2° La constante diélectrique mesurée à 1 Mc/s suivant (110) présente une brusque discontinuité : $\varepsilon' = 15$ à 264,5 °C et $\varepsilon' = 22$ à 265,6 °C.

3° On peut observer un cycle d'hystérésis de 200 à 265 °C avec une très faible polarisation rémanente ($P_r < 0{,}002\ \mu C/cm^2$).

Notre désaccord avec les expériences négatives de Jaffé, qui trouvait à 20 °C, suivant (III) $\varepsilon' = 6$ peut s'expliquer par la différence d'orientation et par la présence d'impuretés qui bloquent les domaines. La ferroélectricité de la boracite peut s'interpréter selon le modèle de Ito, Morimoto et Sadanaga, par un déplacement des ions Cl et Mg.

Manuscrit reçu le 4 octobre 1957.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Dana's System of Mineralogy II, Wiley, London, 1951, p. 378.
[2] Hauy (1791), d'après Dana.
[3] Friedel (G.) et Curie, *Bull. Soc. franç. Minér.*, 1883, **6**, 191.
[4] Ito, Morimoto, Sadanaga, *Acta Cryst.*, 1951, **4**, 310.
[5] Cady, Piezoelectricity, McGraw-Hill, N. Y., 1946.
[6] Friedel (G.), Leçons de cristallographie, Hermann, 1911, p. 257.
[7] Merz (W. J.), *Phys. Rev.*, 1953, **91**, 13.
[8] Jeloudev, Shouvalov, *Cristallographie*, S. S. S. R., 1956, **1**, 681.
[9] Sawyer (B.) et Tower (C. H.), *Phys. Rev.*, 1930, **35**, 269.

L'ÉLECTROMAGNÉTISME NON LINÉAIRE ET LES PHOTONS EN THÉORIE FONCTIONNELLE DES CORPUSCULES

Par Florence AESCHLIMANN et Jean-Louis DESTOUCHES,
Institut Henri-Poincaré, Paris.

1. Introduction. — Mie [1] puis Born et Infeld [2] ont défini un électromagnétisme non linéaire ; nous nous proposons de montrer qu'on retrouve les équations fondamentales de cet électromagnétisme à partir de la théorie non linéaire du photon définie par l'un de nous [3]. Les équations de Mie sont les équations de Maxwell écrites en distinguant les champs des inductions, la liaison entre ceux-ci étant non linéaire :

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{B}}}{\partial t} + \mathrm{rot}\,\vec{\mathcal{E}} = 0 \qquad (1)$$

$$\mathrm{div}\,\vec{\mathcal{B}} = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t} - \mathrm{rot}\,\vec{\mathcal{H}} = -\vec{i} \qquad (3)$$

$$\mathrm{div}\,\vec{\mathcal{D}} = \rho \qquad (4)$$

$$\vec{\mathcal{E}} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{A}}}{\partial t} - \mathrm{grad}\,\mathcal{V} \qquad (5)$$

$$\vec{\mathcal{B}} = \mathrm{rot}\,\vec{\mathcal{A}} \qquad (6)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\,\vec{i} = 0. \qquad (7)$$

Il est commode de poser avec Heisenberg et Born

$$\vec{\mathfrak{M}} =_d \vec{\mathcal{B}} - \vec{\mathcal{H}}, \qquad (8)$$

$$\vec{\mathfrak{P}} =_d \vec{\mathcal{D}} - \vec{\mathcal{E}} \qquad (9)$$

$$\vec{j} =_d -\mathrm{rot}\,\vec{\mathfrak{M}} + \frac{\partial \vec{\mathfrak{P}}}{\partial t} \qquad (10)$$

$$\sigma =_d -\mathrm{div}\,\vec{\mathfrak{P}} \qquad (11)$$

$\vec{\mathfrak{M}}$ est la *densité de moment magnétique* et $\vec{\mathfrak{P}}$ la *densité de moment électrique*. S'il n'y a pas de charges présentes, $\vec{\mathfrak{M}}$ et $\vec{\mathfrak{P}}$ sont les polarisations du vide, $\vec{j}$ et σ sont la densité du courant et la densité de la charge liées à la polarisation.

2. Théorie non linéaire du photon. — Les équations fondamentales sont

$$\mathbf{L}_A\, u = Q_A(u, \nabla) \qquad \mathbf{L}_B\, u = Q_B(u, \nabla) \qquad (12)$$

Q_A et Q_B désignant les termes non linéaires, les équations du photon de M. Louis de Broglie étant :

$$\mathbf{L}_A\, \Phi_{ik} = 0 \qquad \mathbf{L}_B\, \Phi_{ik} = 0.$$

Certaines combinaisons linéaires des équations (12) nous donneront des équations électromagnétiques et celles-ci seront non linéaires par suite de la présence des termes non linéaires Q_A et Q_B. Ceci fournira une base pour l'unification de la théorie des photons avec l'électromagnétisme non linéaire.

Pour abréger nous définirons un opérateur linéaire $\mathbf{\Omega}$ par la condition suivante : si $\mathbf{F}$ est un opérateur et u la fonction d'onde physique d'un photon nous poserons

$$\mathbf{\Omega}\, \mathbf{F}\, u =_d \sum_{ik} K\, \delta_{ik}\, \mathbf{F}\, u_{ik}$$

où K est la constante de M. Louis de Broglie [4]

$$K = \frac{h}{4\pi\sqrt{\mu_0}}.$$

Nous poserons aussi

$$\mathbf{\Omega}_0 =_d \frac{1}{K}\,\mathbf{\Omega}.$$

Les quantités $\Phi^0_{ik}\, \mathbf{F}\, \Phi_{ik}$ de M. Louis de Broglie apparaissent comme des éléments de matrice de transition et $\Phi^0_{ik} = \delta_{ik}$ est considérée comme une fonction d'onde du photon correspondant à l'état d'annihilation. Avec les ondes physiques u, une telle interprétation ne peut plus être donnée et l'opérateur $\mathbf{\Omega}$ a pour effet de définir certaines combinaisons linéaires de fonctions d'ondes u_{ik}.

Considérons les équations fondamentales (12). Si $\mathbf{A}_j$ et $\mathbf{B}_j$ sont les opérateurs déduits des $\boldsymbol{\alpha}$ de Dirac par fusion, en multipliant à gauche par de tels opérateurs (12), on obtiendra des combinaisons linéaires de ces équations soit :

$$\mathbf{A}_j\, \mathbf{L}_A\, u = \mathbf{A}_j\, Q_A, \qquad \mathbf{B}_j\, \mathbf{L}_B\, u = \mathbf{B}_j\, Q_B.$$

A ces équations nous pouvons appliquer l'opérateur $\mathbf{\Omega}$ et nous obtiendrons des équations dérivées des équations (12) :

$$\mathbf{\Omega}\, \mathbf{A}_j\, \mathbf{L}_A\, u = \mathbf{\Omega}\, \mathbf{A}_j\, Q_A\,; \qquad \mathbf{\Omega}\, \mathbf{B}_j\, \mathbf{L}_B\, u = \mathbf{\Omega}\, \mathbf{B}_j\, Q_B.$$

Nous pouvons prendre aussi des demi-sommes

et des demi-différences de ces équations, soit :

$$\frac{1}{2}\,\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{A}_j\,\mathbf{L}_A \pm \mathbf{B}_j\,\mathbf{L}_B)\,u = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{A}_j\,Q_A \pm \mathbf{B}_j\,Q_B)$$

le même signe + ou — étant pris dans les deux membres.

Le signe + fournira les équations maxwelliennes, tandis que le signe — fournira les équations non maxwelliennes correspondant à l'état de spin nul que nous laisserons de côté ici.

3. **Les identités de M. Louis de Broglie.** — M. Louis de Broglie [5] a obtenu dans sa théorie du photon 6 identités qui résultent de la forme des opérateurs $\mathbf{A}_j$ et $\mathbf{B}_j$. Comme ces identités sont indépendantes du fait que les fonctions Φ_{ik} obéissent ou non à des équations d'ondes, elles seront encore valables ici.

$\mathbf{A}_j$ et $\mathbf{B}_j$ désignant des opérateurs fondamentaux du photon, posons

$$\mathcal{S}_1^A =_d i\,\mathbf{A}_2\,\mathbf{A}_3,\quad \mathcal{S}_2^A =_d i\,\mathbf{A}_3\,\mathbf{A}_1,\quad \mathcal{S}_3^A =_d i\,\mathbf{A}_1\,\mathbf{A}_2,$$

$$\mathcal{S}_1^B =_d i\,\mathbf{B}_2\,\mathbf{B}_3,\quad \mathcal{S}_2^B =_d i\,\mathbf{B}_3\,\mathbf{B}_1,\quad \mathcal{S}_3^B =_d i\,\mathbf{B}_1\,\mathbf{B}_2,$$

$$\mathcal{S}_4^A =_d i\,\mathbf{A}_1\,\mathbf{A}_2\,\mathbf{A}_3,\ \mathcal{S}_4^B = i\,\mathbf{B}_1\,\mathbf{B}_2\,\mathbf{B}_3.$$

Les 6 identités de M. Louis de Broglie sont :

$$\boldsymbol{\Omega}(\vec{\mathcal{S}}^A + \vec{\mathcal{S}}^B)\,u_{ik} = 0\,;\qquad \boldsymbol{\Omega}(\mathcal{S}_4^A + \mathcal{S}_4^B)\,u_{ik} = 0$$

$$\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{A}_4 + \mathbf{B}_4)\,u_{ik} = 0\,;$$

$$\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{A}_1\,\mathbf{A}_2\,\mathbf{A}_3\,\mathbf{A}_4 + \mathbf{B}_1\,\mathbf{B}_2\,\mathbf{B}_3\,\mathbf{B}_4)\,u_{ik} = 0.$$

4. **Obtention des équations microscopiques de l'électromagnétisme non linéaire.** — Partons des équations fondamentales (12) et multiplions-les respectivement par $\mathbf{A}_1$ et par $\mathbf{B}_1$. Appliquons l'opérateur $\boldsymbol{\Omega}$ à la demi-somme des équations obtenues. Posons comme dans la théorie du photon de M. Louis de Broglie

$$(\mathcal{A}_x)_{op} =_d -K\,\frac{\mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_1}{2}\,;\qquad (\mathcal{V})_{op} =_d K.1$$

et

$$\mathcal{A}_x =_d \boldsymbol{\Omega}_0(\mathcal{A}_x)_{op}\,u\,;\quad \mathcal{V} =_d \boldsymbol{\Omega}_0(\mathcal{V})_{op}\,u.$$

De la définition de $\boldsymbol{\Omega}$ on a

$$\partial_\alpha\,\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Omega}\,\partial_\alpha.$$

En vertu des définitions et des propriétés précédentes, on obtient l'équation

$$\frac{1}{c}\frac{\partial\mathcal{A}_x}{\partial t} + \frac{\partial\mathcal{V}}{\partial x} + \frac{1}{2}\,k\,\mu_0\,c(\mathbf{A}_1\,\mathbf{A}_4 + \mathbf{B}_1\,\mathbf{B}_4)\,u = Q_{E,x}$$

à condition de poser

$$Q_{E,x} =_d \frac{1}{2}\,\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{A}_1\,Q_A + \mathbf{B}_1\,Q_B).$$

Si nous multiplions les équations (12) par $\mathbf{A}_2$ ou $\mathbf{A}_3$, nous obtiendrons des équations de même forme en y et z. Posons :

$$Q_E =_d \frac{1}{2}\,\boldsymbol{\Omega}(\vec{\mathbf{A}}\,Q_A + \vec{\mathbf{B}}\,Q_B),$$

nous obtenons l'équation

$$\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{\mathcal{A}}}{\partial t} + \operatorname{grad}\mathcal{V} + \frac{1}{2}\,k\,\mu_0\,c\,\boldsymbol{\Omega}(\vec{\mathbf{A}}\,\mathbf{A}_4 + \vec{\mathbf{B}}\,\mathbf{B}_4)\,u = \vec{Q_E}.$$

L'équation (5) de l'électromagnétisme peut être prise comme définition du champ électrique $\vec{\mathcal{E}}$; nous poserons donc :

$$\vec{\mathcal{E}} =_d -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{\mathcal{A}}}{\partial t} - \operatorname{grad}\mathcal{V} \qquad (5'')$$

il reste alors l'équation

$$\vec{\mathcal{E}} + \vec{Q_E} = \frac{1}{2}\,k\,\mu_0\,c\,\boldsymbol{\Omega}(\vec{\mathbf{A}}\,\mathbf{A}_4 + \vec{\mathbf{B}}\,\mathbf{B}_4)\,u.$$

Si les termes non linéaires $\vec{Q_E}$ étaient nuls, nous obtiendrions pour cette équation la seconde définition de $\vec{\mathcal{E}}$ de M. Louis de Broglie [6]. Mais Q_E est non nul et il traduit l'influence de l'extérieur sur les caractéristiques internes du système [7] ; ici le système est un photon isolé, l'extérieur est le vide. Le terme $\vec{Q_E}$ est donc la polarisation du vide. Le second membre doit alors être défini comme l'induction électrique $\vec{\mathcal{D}}$, qui pour $\vec{Q_E} = 0$ se réduit bien à $\vec{\mathcal{E}}$. La seconde définition de M. Louis de Broglie du champ électrique est ici celle de l'induction électrique. On est donc conduit à poser :

$$\vec{\mathcal{X}} =_d \vec{Q_E} =_d \frac{1}{2}\,\boldsymbol{\Omega}(\vec{\mathbf{A}}.Q_A + \vec{\mathbf{B}}.Q_B)$$

$$\vec{\mathcal{D}} =_d \frac{1}{2}\,k\,\mu_0\,c\,\boldsymbol{\Omega}(\vec{\mathbf{A}}\,\mathbf{A}_4 + \vec{\mathbf{B}}\,\mathbf{B}_4)\,u.$$

Ainsi l'équation obtenue est l'équation (9) de l'électromagnétisme non linéaire :

$$\vec{\mathcal{E}} + \vec{\mathcal{X}} = \vec{\mathcal{D}} \qquad (9'')$$

Théorème 1. — *Si on multiplie par* $\mathbf{A}_j$ *et* $\mathbf{B}_j$ *pour* j = 1, 2, 3 *les équations fondamentales du photon* (12) *et si on applique à leur demi-somme l'opérateur* $\boldsymbol{\Omega}$ *on obtient les équations* (5) *et* (9) *de l'électromagnétisme non linéaire.*

5. **Champ et induction magnétique.** — Multiplions maintenant par $\mathbf{A}_2.\mathbf{A}_3$ et $\mathbf{B}_2.\mathbf{B}_3$ les équations (12). Appliquons l'opérateur $\frac{1}{2}\,\boldsymbol{\Omega}$, nous obtenons

$$\frac{1}{2i}\,\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{A}_2\,\mathbf{A}_3\,\mathbf{L}_A + \mathbf{B}_2\,\mathbf{B}_3\,\mathbf{L}_B)\,u = -\frac{\partial \mathcal{A}_z}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{A}_y}{\partial z} + \frac{k\,\mu_0\,c}{2i}\,\boldsymbol{\Omega}(\mathcal{S}_1^A\,\mathbf{A}_4 + \mathcal{S}_1^B\,\mathbf{B}_4)u.$$

En multipliant par $\mathbf{A}_3\,\mathbf{A}_1$ et $\mathbf{B}_3\,\mathbf{B}_1$ ou $\mathbf{A}_1\ \mathbf{A}_2$ et $\mathbf{B}_1\,\mathbf{B}_2$ on obtiendrait un résultat semblable d'où la formule vectorielle :

$$\frac{1}{2i}\,\boldsymbol{\Omega}(\vec{\mathcal{S}}^A\,\mathbf{L}_A + \vec{\mathcal{S}}^B\,\mathbf{L}_B) = \text{rot}\,\vec{\mathcal{A}} + \frac{k\,\mu_0\,c}{2i}\,\boldsymbol{\Omega}(\vec{\mathcal{S}}^A\,\mathbf{A}_4 + \vec{\mathcal{S}}^B\,\mathbf{B}_4)\,u$$

Posons alors

$$\vec{Q}_b =_d \frac{1}{2i}\,\boldsymbol{\Omega}(\vec{\mathcal{S}}^A\,Q_A + \vec{\mathcal{S}}^B\,Q_B).$$

Définissons l'induction magnétique par l'équation (6) soit

$$\vec{\mathcal{B}} =_d \text{rot}\,\vec{\mathcal{A}}. \qquad (6'')$$

A partir des équations (12) en les transformant comme indiqué ci-dessus nous obtenons :

$$\vec{\mathcal{B}} + \frac{k\,\mu_0\,c}{2i}\,\boldsymbol{\Omega}(\vec{\mathcal{S}}^A\,\mathbf{A}_4 + \vec{\mathcal{S}}^B\,\mathbf{B}_4)\,u = \vec{Q}_b.$$

Le second terme du premier membre de cette équation est justement au signe près l'expression que M. Louis de Broglie [8] a prise comme définition du champ magnétique.

Il convient de conserver cette définition soit

$$\vec{\mathcal{H}} =_d -\frac{k\,\mu_0\,c}{2i}\,\boldsymbol{\Omega}(\vec{\mathcal{S}}^A\,\mathbf{A}_4 + \vec{\mathcal{S}}^B\,\mathbf{B}_4)\,u.$$

Alors en se reportant à l'équation (8) de l'électromagnétisme non linéaire on voit que l'on a

$$\vec{\mathcal{M}} = \vec{Q}_b$$

$\vec{Q}_b$ est donc la polarisation magnétique du vide. Nous prendrons la relation précédente comme définition de $\vec{\mathcal{M}}$, alors l'équation déduite des équations fondamentales (12) n'est autre que l'équation (8) soit

$$\vec{\mathcal{B}} = \vec{\mathcal{M}} + \vec{\mathcal{H}} \qquad (8'')$$

d'où

THÉORÈME 2. — *Si on multiplie par* $\mathbf{A}_j$ *et* $\mathbf{B}_j$ *pour* $j = 23, 31, 12$, *les équations fondamentales du photon* (12) *et si on applique à leur demi-somme l'opérateur* $\boldsymbol{\Omega}$ *on obtient les équations* (6) *et* (8) *de l'électromagnétisme non linéaire.*

6. **Équations d'évolution de l'induction électrique.** — Multiplions maintenant les équations fondamentales (12) par $\mathbf{A}_1\ \mathbf{A}_4$ et $\mathbf{B}_1\,\mathbf{B}_4$. Posons

$$Q_{D,x} = \frac{1}{2}\,Kk\,\mu_0\,c\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{A}_1\,\mathbf{A}_4\,Q_A + \mathbf{B}_1\,\mathbf{B}_4\,Q_B).$$

Nous obtenons alors comme équation dérivée de (12)

$$-\frac{1}{c}\frac{\partial \mathcal{D}_x}{\partial t} + (\text{rot}\,\mathcal{H})_x - k^2\,\mu_0^2\,c^2\,\mathcal{A}_x = Q_{D,x}.$$

En multipliant par $\mathbf{A}_2\ \mathbf{A}_4$ et $\mathbf{B}_2\ \mathbf{B}_4$ ou $\mathbf{A}_3\ \mathbf{A}_4$ et $\mathbf{B}_3\ \mathbf{B}_4$ les équations fondamentales (12) on obtiendra des équations analogues, d'où finalement l'équation vectorielle (3) de l'électromagnétisme non linéaire

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t} = \text{rot}\,\vec{\mathcal{H}} - k^2\,\mu_0^2\,c^2\,\vec{\mathcal{A}} - \vec{i} \qquad (3)$$

à condition de poser

$$\vec{i} = -\vec{Q}_D$$

$-\vec{Q}_D$ apparaît ainsi comme le terme de courant produit par la présence des termes non linéaires, d'où ce théorème.

THÉORÈME 3. — *Si on multiplie par* $\mathbf{A}_j$ *et* $\mathbf{B}_j$ *pour* $j = 14, 24, 34$ *les équations fondamentales du photon* (12) *et si on applique à leur demi-somme l'opérateur* $\boldsymbol{\Omega}$ *on obtient les équations* (3) *de l'électromagnétisme non linéaire.*

De l'équation (3) on tire une équation pour l'évolution du champ électrique :

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} = \text{rot}\,\vec{\mathcal{H}} - k^2\,\mu_0^2\,c^2\,\vec{\mathcal{A}} - \vec{i} - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{P}}}{\partial t}$$

ou encore

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} = \text{rot}\,\vec{\mathcal{B}} - k^2\,\mu_0^2\,c^2\,\vec{\mathcal{A}} - \vec{i} - \vec{j}$$

en posant

$$\vec{j} =_d \text{rot}\,\vec{\mathcal{M}} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{P}}}{\partial t}. \qquad (10')$$

7. **Équation en divergence de l'induction électrique.** — Multiplions les équations (12) par $\mathbf{A}_4$ et $\mathbf{B}_4$; prenons leur demi-somme et appliquons l'opérateur $\boldsymbol{\Omega}$. Posons d'autre part

$$Q_\rho =_d -\frac{1}{2}\,k\,\mu_0\,c\,\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{A}_4\,Q_A + \mathbf{B}_4\,Q_B).$$

Des équations (12) nous obtenons alors

$$\text{div}\,\vec{\mathcal{D}} = k^2\,\mu_0^2\,c^2\,\mathcal{V} + Q_\rho. \qquad (4'')$$

Le terme en $\mathcal{V}$ est celui de M. Louis de Broglie dû au fait que l'on prend une masse finie μ_0 pour le photon. Le terme Q_ρ est la charge apparente créée par l'onde u, c'est l'auto-charge.

De cette équation nous pouvons obtenir une équation en divergence pour le champ électrique

en nous reportant à (9″). Posons avec Born [9]

$$\sigma =_d - \operatorname{div} \vec{\mathfrak{P}} \qquad (11')$$

σ apparaît comme la charge due à la polarisation du vide. Nous obtenons alors

$$\operatorname{div} \vec{\mathcal{E}} = \sigma + k^2 \mu_0^2 c^2 \mathcal{V} + Q_\rho.$$

8. **Relation entre** Q_A et Q_B. — Multiplions maintenant les équations (12) par $\mathbf{A}_1$ $\mathbf{A}_2$ $\mathbf{A}_3$ et $\mathbf{B}_1$ $\mathbf{B}_2$ $\mathbf{B}_3$. On voit alors, d'après les identités de M. Louis de Broglie qu'il nous reste l'équation

$$\mathbf{\Omega}(\mathbf{A}_{123}\, Q_A + \mathbf{B}_{123}\, Q_B) = 0. \qquad (13)$$

Cette relation n'est pas une identité, mais une équation qui est une conséquence des équations fondamentales (12) : elle est automatiquement vérifiée pour toute solution u des équations (12) ; en effet comme $Q_A = \mathbf{L}_A\, u$ et $Q_B = \mathbf{L}_B\, u$ en remplaçant Q_A et Q_B par ces valeurs on obtient une identité de M. Louis de Broglie. On n'aura donc pas à faire intervenir (13) dans des considérations sur l'électromagnétisme.

11. **Équations des potentiels.** — Appliquons maintenant l'opérateur $\frac{1}{2}\,\mathbf{\Omega}$ à $\mathbf{L}_A + \mathbf{L}_B$, c'est-à-dire multiplions par **1** les équations (12). Posons

$$Q_V =_d \frac{1}{2}\,\mathbf{\Omega}(Q_A + Q_B)$$

alors des équations (12) nous tirons

$$-\frac{1}{c}\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} - \operatorname{div} \vec{\mathfrak{A}} = Q_V. \qquad (15)$$

C'est la relation entre les potentiels. Nous aurons la relation habituelle entre les potentiels posée par Lorentz si nous imposons la condition supplémentaire

$$Q_V = 0. \qquad (16)$$

C'est là une condition sur les termes non linéaires Q_A et Q_B qui s'explicite, en remontant à la définition (14) de Q_V, par

$$\sum_i (Q_{A,ii} + Q_{B,ii}) = 0 \qquad (17)$$

c'est-à-dire

$$\text{Trace } (Q_A + Q_B) = 0. \qquad (17')$$

Une condition de ce genre sur la trace a une forme qu'on rencontre assez souvent. Comme aucune condition spéciale n'a été imposée aux termes Q_A et Q_B on est libre de poser la condition (17) qui constitue une condition effective sur Q_A et Q_B de forme invariante.

12. **Équation en divergence pour le champ magnétique.** — Multiplions maintenant les équations par $\mathbf{A}_{1234}$ et $\mathbf{B}_{1234}$. Posons

$$Q_d =_d k\, \mu_0\, c\, \mathbf{\Omega}[\mathbf{A}_{1234}\, Q_A + \mathbf{B}_{1234}\, Q_B].$$

De (12) nous obtenons alors

$$\operatorname{div} \vec{\mathcal{H}} = Q_d.$$

Cette équation peut être transformée en équation de divergence pour $\vec{\mathcal{B}}$ en tenant compte de (8), d'où $\vec{\mathcal{H}} = \vec{\mathcal{B}} - \vec{\mathcal{M}}$; on obtient ainsi

$$\operatorname{div} \vec{\mathcal{B}} = Q_d + \operatorname{div} \vec{\mathcal{M}}. \qquad (2'')$$

Si l'on veut obtenir l'équation habituelle $\operatorname{div} \vec{\mathcal{B}} = 0$ qui exprime qu'il n'y a pas de charges magnétiques libres, il faut imposer la condition supplémentaire

$$\operatorname{div} \vec{\mathcal{M}} = - Q_d. \qquad (18)$$

On a le droit de poser cette condition, car cela revient à imposer une condition sur Q_A et Q_B, c'est-à-dire une relation entre les composantes $Q_{A,ij}$ et $Q_{B,ij}$ qui sont au nombre de 16, ce qui est toujours possible. On aurait là une condition supplémentaire sur les termes non linéaires. Seule une discussion fondée sur des considérations physiques lorsque la théorie sera plus développée permettra de décider s'il faut ou non poser cette condition supplémentaire.

13. **Équation d'évolution du champ magnétique.** — Multiplions les équations fondamentales (12) par $\mathbf{A}_{124}$ et $\mathbf{B}_{124}$. Posons

$$Q_{H,3} =_d \frac{1}{2}\, k\, \mu_0\, c\, \mathbf{\Omega}(\mathbf{A}_{124}\, Q_A + \mathbf{B}_{124}\, Q_B)$$

alors des équations (12) nous tirons

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \mathcal{H}_3}{\partial t} + (\operatorname{rot} \vec{\mathcal{O}})_3 = Q_{H,3}.$$

On obtiendrait des relations semblables en multipliant par $\mathbf{A}_{234}$ et $\mathbf{B}_{234}$ ou par $\mathbf{A}_{314}$ et $\mathbf{B}_{314}$; on arrivera ainsi à la relation vectorielle :

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{H}}}{\partial t} + \operatorname{rot} \vec{\mathcal{O}} = \vec{Q}_H.$$

On peut donner d'autres formes à cette équation, d'abord en remplaçant $\vec{\mathcal{O}}$ par son expression tirée de (9) en $\vec{\mathcal{E}}$ et $\vec{\mathfrak{P}}$, soit $\vec{\mathcal{O}} = \vec{\mathfrak{P}} + \vec{\mathcal{E}}$, ce qui donne

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{H}}}{\partial t} + \operatorname{rot} \vec{\mathcal{E}} = \vec{Q}_H - \operatorname{rot} \vec{\mathfrak{P}}.$$

On peut aussi en tirer une équation d'evolution pour $\vec{\mathcal{B}}$ en tenant compte de (8) soit $\vec{\mathcal{H}} = \vec{\mathcal{B}} - \vec{\mathcal{M}}$, d'où

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{B}}}{\partial t} + \operatorname{rot}\vec{\mathcal{D}} = \vec{Q_H} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{M}}}{\partial t}.$$

Enfin on obtiendra l'équation (1) avec des termes supplémentaires en remplaçant $\vec{\mathcal{D}}$ par $\vec{\mathcal{E}}$ comme plus haut dans l'équation précédente, d'où ;

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{B}}}{\partial t} + \operatorname{rot}\vec{\mathcal{E}} = \vec{Q_H} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{M}}}{\partial t} - \operatorname{rot}\vec{\mathcal{P}}. \qquad (1'')$$

On obtiendra l'équation habituelle de l'électromagnétisme si l'on impose la condition supplémentaire

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{M}}}{\partial t} - \operatorname{rot}\vec{\mathcal{P}} = -\vec{Q_H} \qquad (19)$$

qui exprime qu'il n'y a pas de courant magnétique. Ici, comme pour l'équation (2″), il faudra discuter, en s'appuyant sur des considérations physiques, s'il est adéquat ou non de poser cette condition supplémentaire.

Avec la condition sur les potentiels et celle sur div $\vec{\mathcal{B}}$ cela fait en tout 5 conditions scalaires à imposer aux $Q_{A,ij}$ et $Q_{B,ij}$, ce qui est toujours possible.

On ne trouve pas la relation de conservation de la charge puisque nous supposons être dans le vide, il n'y a pas de charges ; en ce qui concerne les charges créées par l'onde u au moyen des termes non linéaires, on peut la poser aussi comme une sixième condition supplémentaire :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{i} = 0 \qquad (7'')$$

ou encore comme $\rho =_d Q_\rho$,

$$\frac{\partial Q_\rho}{\partial t} - \operatorname{div}\vec{Q_D} = 0.$$

14. **Équations sous forme tensorielle.** — Comme nous l'avons indiqué au début, les équations de l'électromagnétisme peuvent être mises sous forme tensorielle relatviste.

On a donc deux tenseurs $\mathcal{F}_{ij}$ et $\mathcal{H}_{ij}$ avec :

$\mathcal{F}_{i4} = \mathcal{E}_i, \quad \mathcal{F}_{ik} = \mathcal{B}_j,$ (i, j, k, permutation paire de 1, 2, 3)

$\mathcal{H}_{i4} = \mathcal{D}_i, \quad \mathcal{H}_{ik} = \mathcal{H}_j,$

ensuite

$$\mathcal{M}_{ij} = \mathcal{F}_{ij} - \mathcal{H}_{ij}$$

alors

$$\mathcal{M}_{i4} = \mathcal{P}_i, \qquad \mathcal{M}_{ij} = \mathcal{M}_k.$$

$$Q_i = Q_{H,i}, \qquad Q_4 = Q_d.$$

On obtient avec ces notations à la place de (1″) et (2″)

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{kl}}{\partial x^i} + \frac{\partial \mathcal{F}_{li}}{\partial x^k} + \frac{\partial \mathcal{F}_{ik}}{\partial x^l} = Q_j - \left[\frac{\partial \mathcal{M}_{kl}}{\partial x^i} + \frac{\partial \mathcal{M}_{li}}{\partial x^k} + \frac{\partial \mathcal{M}_{ik}}{\partial x^l}\right]. \qquad (1''')\ (2''')$$

De même en posant

$s^j = -i_j, \qquad s^4 = -Q_\rho, \qquad \varphi^i = \mathcal{A}_i, \qquad \varphi^4 = \mathcal{V},$

on obtient à la place de (3″) et (4″) :

$$\frac{\partial \mathcal{H}_{ik}}{\partial x^k} + k^2 \mu_0^2 c^2 \varphi^i = s^i. \qquad (3''')\ (4''')$$

Les équations (5) et (6) étant prises comme des définitions, les équations usuelles pour les potentiels ont lieu

$$\mathcal{F}_{ik} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial x^k} - \frac{\partial \varphi_k}{\partial x^i}. \qquad (5''')\ (6''')$$

Les relations de définition des polarisations s'écrivent

$$\mathcal{M}^{kl} = \mathcal{F}^{kl} - \mathcal{H}^{kl}. \qquad (8''')\ (9''')$$

La relation sur les potentiels s'écrit

$$\frac{\partial \mathcal{A}_i}{\partial x^i} = Q_V. \qquad (16')$$

Les conditions supplémentaires pour retrouver les formules usuelles s'écrivent :

$$\frac{\partial \mathcal{M}^{ij}}{\partial x^k} + \frac{\partial \mathcal{M}^{jk}}{\partial x^i} + \frac{\partial \mathcal{M}^{ki}}{\partial x^j} = -Q_l \qquad (18)\ (19')$$

et elles ont bien une forme invariante. En outre la condition de Lorentz sur les potentiels consiste à annuler un invariant :

$$Q_V = 0.$$

La condition de conservation de charge s'écrit

$$\frac{ds^i}{dx^i} = 0. \qquad (7''')$$

Les équations obtenues à partir des équations du photon prennent donc bien la forme tensorielle usuelle.

De ces équations pour les champs complexes microphysiques on passe à des équations de même forme pour champs réels en posant pour toute quantité F

$$F_R = F + F^*.$$

On les obtient en ajoutant aux équations précédentes les équations imaginaires conjuguées. Des équations pour champ réel microscopique on passe aux équations des champs macroscopiques dans le vide par un processus de moyenne sur un grand nombre de photons. Ainsi on retrouve l'électromagnétisme non linéaire classique à partir de la théorie du photon.

15. **Équations de propagation.** — A partir des équations (1) à (6) on obtient des équations de propagation en appliquant $\frac{\partial}{\partial t}$ aux deux membres d'une équation d'évolution, puis en commutant au

second membre un opérateur spatial avec $\frac{\partial}{\partial t}$ et en remplaçant la quantité ainsi dérivée par son expression tirée d'une autre équation d'évolution.

Posons

$$\Box = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta$$

on obtient comme il vient d'être indiqué :

$$\Box \mathcal{V} - k^2 \mu_0^2 c^2 \mathcal{V} = \sigma + \rho - \left\{ \frac{1}{c}\frac{\partial Q_V}{\partial t} \right\} \tag{20}$$

$$\Box \overrightarrow{\mathcal{A}} - k^2 \mu_0^2 c^2 \overrightarrow{\mathcal{A}} = \overrightarrow{j} + \overrightarrow{i} - \left\{ \text{grad}\ Q_V \right\} \tag{21}$$

$$\Box \overrightarrow{\mathcal{H}} - k^2 \mu_0^2 c^2 \overrightarrow{\mathcal{H}} = k^2 \mu_0^2 c^2 \overrightarrow{\mathcal{M}} - \text{grad}\ Q_d + \text{rot}\ \overrightarrow{i} + \frac{1}{c}\frac{\partial \overrightarrow{Q_H}}{\partial t} \tag{22}$$

$$\Box \overrightarrow{\mathcal{B}} - k^2 \mu_0^2 c^2 \overrightarrow{\mathcal{B}} = \text{rot}\ (\overrightarrow{j} + \overrightarrow{i}) + \left\{ - \text{grad}\ (Q_d + \text{div}\ \overrightarrow{\mathcal{M}}) + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\overrightarrow{Q_H} + \frac{1}{c}\frac{\partial \overrightarrow{\mathcal{M}}}{\partial t}\right) - \text{rot}\ \overrightarrow{\mathcal{P}} \right\} \tag{23}$$

$$\Box \overrightarrow{\mathcal{D}} - k^2 \mu^2 c^2 \overrightarrow{\mathcal{D}} = \text{rot}\ \overrightarrow{Q_H} - \frac{1}{c}\frac{\partial \overrightarrow{i}}{\partial t} - \text{grad}\ \rho - k^2 \mu_0^2 c^2 \overrightarrow{\mathcal{P}} \tag{24}$$

$$\Box \overrightarrow{\mathcal{E}} - k^2 \mu_0^2 c^2 \overrightarrow{\mathcal{E}} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}) - \text{grad}\ (\sigma + \rho) + \left\{ \text{rot}\left(\overrightarrow{Q_H} + \frac{1}{c}\frac{\partial \overrightarrow{\mathcal{M}}}{\partial t} - \text{rot}\ \overrightarrow{\mathcal{P}}\right) \right\}. \tag{25}$$

Au premier membre sont les termes linéaires et au second membre les termes non linéaires. Les termes entre accolades sont ceux qui disparaissent si l'on impose les conditions supplémentaires.

Si l'on annule les termes non linéaires on retombe sur les formules de la théorie du photon de M. Louis de Broglie. Si au contraire on garde les termes non linéaires et si on annule μ_0 on retombe, après avoir rendu réelles les quantités considérées et pris des moyennes, sur les formules de l'électromagnétisme non linéaire classique (Mie et Born). Enfin si on annule μ_0 et les termes non linéaires, on retombe sur les formules classiques de Maxwell.

Les termes non linéaires Q se trouvent déterminés si on impose la loi d'extrémum de Born et Infeld ou [9] une loi analogue issue d'une fonction lagrangienne.

Ainsi on a les bases d'une théorie réalisant une synthèse entre la mécanique ondulatoire du photon de M. Louis de Broglie et l'électromagnétisme non linéaire de Mie et de Born.

Manuscrit reçu le 8 juin 1957.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Mie (G.), *Ann. Physik*, 4e série, 1912, **37**, 511 ; 1912, **39**, 1 ; 1913, **40**, 1.

[2] Born (M.), 1) *Nature*, 1933, **132**, 282 ; 2) *Proc. Roy. Soc.*, A., 1934, **143**, 410 ; 3) *Annales Institut Poincaré*, 1937, vol. VII, fasc. IV, 155-265.
Born (M.) et Infeld (L.), 1) *Nature*, **133**, 970, 1004 ; 2) *Proc. Roy. Soc.* A., 1934, **144**, 425.
Infeld (L.), *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 1936, **32**, 127 ; 1937, **33**, 70.
Broglie (Louis de), Cours oral, Institut Henri-Poincaré, 1956-1957.

[3] Aeschlimann (F.), *Thèse* Doctorat ès Sciences, Paris, 13 juin 1957 ; *J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 562.

[4] Broglie (Louis de), 1) *Comptes Rendus*, 1934, **199**, 813 ; 2) Une nouvelle conception de la lumière (Hermann, Paris, 1934) ; 3) Une nouvelle théorie de la lumière (Hermann, Paris, 1940), notamment pp. 144 et suivantes.

[5] *Ibid.*, p. 154.

[6] *Ibid.*, p. 155.

[7] Aeschlimann (F.), Thèse complémentaire pour le Doctorat ès Sciences, Paris, 13 juin 1957, *C. R. Acad. Sc.* 1957, **244**, 3034.
Destouches (J. L.), La quantification en théorie fonctionnelle des corpuscules (Gauthier-Villars, Paris, 1956).

[8] Broglie (Louis de), *Ibid.*, p. 155.

[9] Born (M.), *Annales Institut Henri Poincaré*, p. 193.

LETTRES A LA RÉDACTION

SUR L'ABSORPTION DEBYE HERTZIENNE DES CIMENTS

Par Jacques LE BOT,
Faculté des Sciences de Rennes.

L'étude de l'absorption hertzienne des ciments a été abordée en vue de rechercher le mécanisme de la fixation de l'eau sur les corps possédant des propriétés hydrauliques.

Produits étudiés. — Les mesures d'absorption hertzienne ont porté sur 2 échantillons de ciment Portland artificiel (C. P. A.-C. P. B.) et un échantillon de ciment alumineux non normalisé. Ces trois ciments sont composés essentiellement de chaux, silice et alumine, et diffèrent notamment par la plus forte proportion d'alumine (40 % au lieu de 8 %) du ciment alumineux.

Les échantillons ont été étudiés sous trois formes :

— à l'état de livraison, en poudre (ayant absorbé une quantité de vapeur d'eau assez faible) ;

— après dessiccation à l'étuve du même produit ;

— après gâchage, avec une quantité d'eau bien déterminée, dans les conditions normalisées.

Techniques expérimentales. — Les méthodes de mesures électriques et thermiques, couramment utilisées au Laboratoire de Physique de Rennes, ont permis de déterminer les valeurs de ε' et ε'' en fonction de la température — de 4° à 350 °K — et pour les quatre fréquences de 0,1 - 1 - 10 - 100 kHz.

Dans certains cas, du fait de la présence d'eau, il est à noter que l'absorption par conductibilité ionique a pu masquer les phénomènes d'absorption dipolaire Debye.

Ciment Portland artificiel. — Des divers facteurs susceptibles d'intervenir dans nos mesures, il est possible d'éliminer tout d'abord *la provenance du liant et la quantité d'eau de gâchage*. En effet les deux ciments artificiels de provenance différente mais de composition sensiblement identique ont donné les mêmes résultats ; d'autre part la variation de la quantité d'eau de gâchage modifie les valeurs absolues de ε'', mais ne paraît pas intéresser sensiblement la position des maxima et les valeurs de l'énergie d'activation données par $\nu_e = A \exp - V/kT$.

A) CIMENT GACHÉ. — 1. Les mesures effectuées quelques heures après le gâchage ont mis en évidence une bande d'absorption dont les maxima se situent entre 88° et 135 °K, pour les fréquences comprises entre 0,1 et 100 kHz (*fig.* 1). Cette bande s'étale et se déplace vers les basses températures, en fonction du temps, c'est-à-dire de la prise du liant.

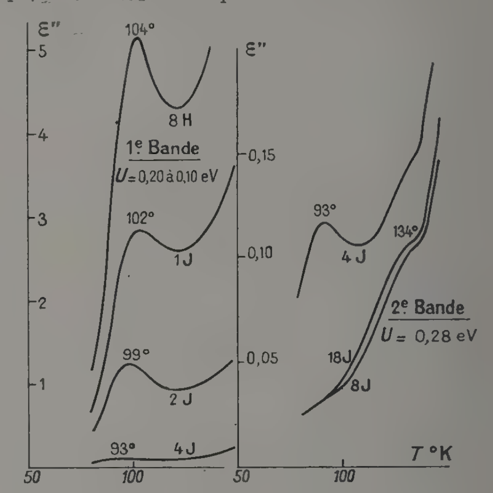


FIG. 1. — C. P. B. 2, gâché 40 % eau, $\nu = 1$ kHz.

L'énergie d'activation correspondante varie de 0,20 *à* 0,10 *eV*, et log *A* passe de 12,8 à 9,8 depuis la date du gâchage jusqu'à 3 jours d'âge ; après ce délai, la bande n'est pratiquement plus visible.

2. Après un délai de 2 jours environ, une seconde bande se précise d'abord sous la forme d'une inflexion de la courbe $\varepsilon''(T)$, puis de plus en plus nettement à mesure de la diminution de l'absorption par conductibilité ionique (*fig.* 1). A l'inverse de la précédente, cette bande est stable, et les maxima se situent entre 120° et 170° K (ν variant de 0,1 à 10 kHz). *L'énergie d'activation correspondante est de* 0,28 *eV* (log $A = 13$).

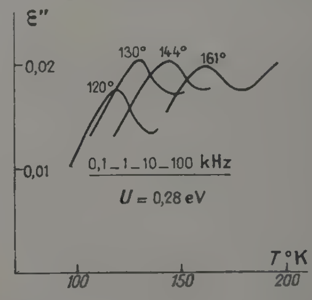


FIG. 2. — C. P. B. 2, poudre + vapeur d'eau.

B) Ciment en poudre humide. — 1. *Nous avons retrouvé entre* 120° *et* 170 °*K la même bande d'absorption* qui vient d'être décrite ; les maxima des courbes $\varepsilon''(T)$ sont beaucoup plus faibles mais très nets, et les valeurs de U et log A sont égales aux précédentes (*fig.* 2).

2. Les résultats des mesures effectuées au-dessus de la température ambiante ont été perturbés par le phénomène d'absorption par conductibilité ionique ; il en est *a fortiori* de même pour le ciment gâché dans la même zone de température.

C) Ciment en poudre séchée. — 1. La bande d'absorption observée entre 120° et 170 °K pour les produits hydratés et humides disparaît après la dessiccation de l'échantillon à 90 °C.

2. Pour les fréquences de 0,1 et 1 kHz, ε'' présente un maximum vers 340° et 410 °K. Toutefois l'existence d'une bande d'absorption dans cette région n'a pu être vérifiée avec certitude, peut-être en raison de l'influence de la température élevée sur le départ de l'eau adsorbée.

Ciment alumineux. — A) Ciment gaché. — Nous n'observons qu'une seule bande très nette, située à basse température ; elle apparaît dès le gâchage (entre 55° et 79 °K pour les fréquences entre 0,1 et 100 kHz) et ne se déplace pas avec le temps. *L'énergie d'activation correspondante est* 0,112 *eV* (log A = 12,2).

B) Ciment en poudre humide. — La bande précédente se retrouve aux mêmes températures et présente pratiquement les mêmes caractéristiques : U = 0,118 eV log A = 12,7.

Au voisinage de la température ambiante, les courbes $\varepsilon''(T)$ présentent des inflexions qui paraissent indiquer l'existence d'une bande masquée par la conductibilité ionique.

C) Ciment en poudre séchée. — La dessiccation à l'étuve sous un vide de 10^{-2} mm Hg ne suffit pas à diminuer sensiblement l'intensité de la bande située entre 55° et 79 °K et dont les caractéristiques demeurent à peu près les mêmes : U = 0,120 eV (log A = 12,8). Par contre ce traitement laisse apparaître avec netteté la bande envisagée pour le ciment humide aux températures élevées. Les maxima se placent entre 227 °K (ν = 0,1 kHz) et 334 °K (ν = 100 kHz). L'énergie d'activation correspondante est de 0,400 eV (log A = 11) (*fig.* 3).

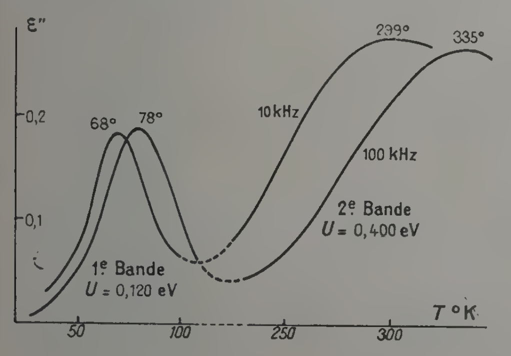


Fig. 3. — Ciment alumineux 3. Poudre séchée.

Les premiers résultats de cette étude devront être complétés, d'une part en effectuant des mesures sur d'autres produits (particulièrement les constituants séparés des ciments : silice, alumine, chaux), et d'autre part en contrôlant le traitement préalable (température-humidité). Mais nous avons tenu cependant à indiquer dès maintenant cette nouvelle méthode d'étude des ciments et de leur prise.

Lettre reçue le 18 juillet 1957.

ÉTUDE SOUS HAUTES PRESSIONS D'ARGON DES RAIES DE RÉSONANCE DU SPECTRE DU POTASSIUM ET DES BANDES « SATELLITES » APPARAISSANT PRÈS DES RAIES DE RÉSONANCE DE K, Rb ET Cs

Par Jean Robin,
Laboratoire des Hautes Pressions, Bellevue, Seine-et-Oise.

Nous savons qu'il apparaît, en absorption, près des raies de résonance des métaux alcalins et du mercure, des bandes diffuses, induites par la pression de divers gaz étrangers [1], [2]. Nous avons étudié les bandes satellites apparaissant près du premier doublet de la série principale de K, Rb et Cs sous des pressions d'argon ou d'azote allant jusqu'à 1 500 atmosphères. Ces bandes sont situées vers les grandes fréquences par rapport aux raies de résonance. Les phénomènes observés sont sensiblement les mêmes avec A et N^2 comme gaz compresseur. Avec N^2, un peu plus léger que A, les bandes satellites sont situées plus loin vers les grandes fréquences conformément aux observations antérieures. Quand la pression croît l'importance des bandes satellites par rapport aux raies de résonance augmente sans toutefois que l'intensité des

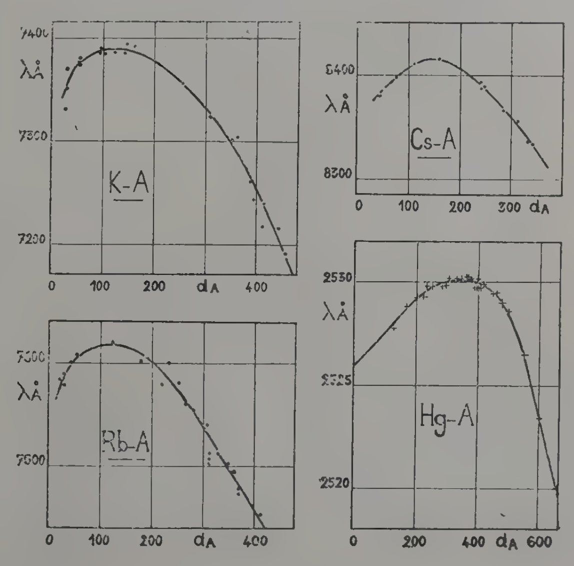


Fig. 1.

« satellites » dépasse celle des raies de résonance comme cela a rapidement lieu dans le cas de la raie 2 537 Å du mercure perturbée par les mêmes gaz [3].

Sur la figure 1 nous avons porté le déplacement de la bande satellite de K, Rb et Cs obtenu avec l'argon comme gaz perturbateur. Ces bandes se déplacent d'abord vers les courtes fréquences puis accusent un retour rapide vers les grandes fréquences. Le comportement de ces bandes satellites est analogue à celui constaté pour la bande satellite 2 526 Å apparaissant dans le spectre d'absorption du mercure comprimé par de l'argon [4] et que nous avons également noté sur la figure 1 à titre de comparaison (cette bande satellite 2 526 Å de Hg correspond à la bande satellite S_1 observée antérieurement jusqu'à des pressions de 6 000 atmosphères [3]).

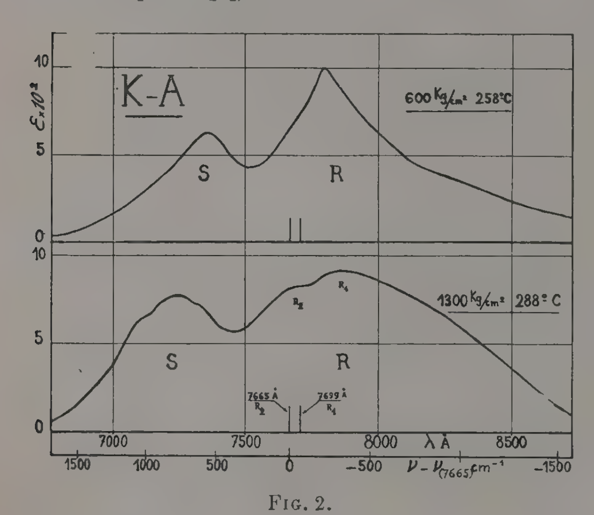


Fig. 2.

La figure 2 montre les profils obtenus à 600 et 1 300 atmosphères dans le cas potassium-argon. Ces résultats proviennent d'études effectuées au moyen d'un spectrographe à réseau ayant une dispersion de 6 Å par mm dans le premier ordre. On peut remarquer sur cette figure l'énorme élargissement, à ces pressions, de la région absorbée. La bande S est la bande satellite. Aux plus fortes pressions il semble apparaître une structure de la bande satellite. La région R indique ce qu'est devenu le doublet 7 665-7669 Å. A 600 atmosphères les deux composantes $R_1(2p\,1/2)$ et $R_2(2p\,3/2)$ de ce doublet sont confondues. A partir de 800 atmosphères il apparaît une séparation de R en deux bandes qui correspondent certainement à une reséparation des deux composantes R_1 et R_2, le maximum de R_1 s'étant déplacé continuellement vers les faibles fréquences alors que celui de R_2 se serait déplacé d'abord vers le rouge puis serait retourné vers le bleu, comme cela a été constaté pour le rubidium [5]. Bien qu'il soit impossible de pointer le maximum de R_2 entre 400 et 1 000 atmosphères nous avons pu en suivre l'existence de façon continue de 1 à 1 500 atmosphères. Ceci permet d'affirmer que R_2 à 1 300 atmosphères est bien la composante $2p\,3/2$ de K et non pas une seconde bande satellite comme nous l'avions pensé lors des travaux antérieurs effectués avec une dispersion plus faible [3]. Cette confusion avait été encore facilitée par le fait que l'intensité du maximum de R_2, plus forte à basse pression que celle de la composante R_1, devient relativement beaucoup plus faible quand la pression croît [5].

Lettre reçue le 15 septembre 1957.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Ch'en (S. Y.) et Takeo (M.), *Rev. Mod. Phys.*, 1957, **29**, 20.
[2] Robin (S.) et Robin (Mme S.), *J. Physique Rad.*, 1956, **17**, 143.
[3] Robin (J.) et Vodar (B.), *C. R. Acad. Sc.*, 1956, **242**, 2330.
[4] Robin (J.), Diplôme d'Études Supérieures, Paris, 1953.
[5] Robin (J.) et Robin (S.), *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **233**, 1019.

INHIBITION PAR TRAITEMENT THERMO-ÉLECTRIQUE PRÉALABLE DES COLORATIONS DÉVELOPPÉES DANS LA SILICE PURE FONDUE PAR IRRADIATION EN PARTICULIER AUX NEUTRONS

Par J. Yovanovitch,
Laboratoire de la Société « Quartz et Silice ».

De nombreux auteurs ont étudié la transparence, dans l'ultra-violet, du quartz cristallin ou fondu [1, 2, 3, 4]. Il en résulte que le quartz fondu, ou verre de silice, présente pratiquement toujours une bande d'absorption centrée sur 2 420 Å, alors que le quartz cristallin en est dépourvu.

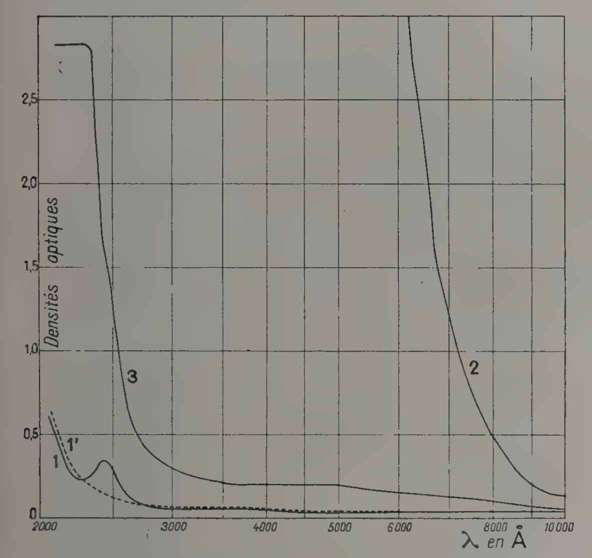
V. Garino-Canina a montré [5] comment, par traitement sous un champ électrique continu, de l'ordre de 1 000 V/cm, à une température supérieure à 1 100 °C il est possible de faire migrer au sein d'un échantillon de verre de silice, les centres responsables de cette bande d'absorption à 2 420 Å, et, partant, de libérer l'échantillon de la bande correspondante.

Reprenant ces travaux, nous avons pu mettre en évidence la disparition de cette bande par simple chauffage en atmosphère oxydante, pourvu que la température soit de l'ordre de 1 150 °C et qu'elle soit maintenue pendant quelques semaines.

Plus récemment, on a également étudié les bandes d'absorption *provoquées*, dans le quartz cristallin ou fondu, par diverses radiations [6, 7, 8, 9]. De ces travaux il ressort que les rayons ultra-violets, X, γ, β, les neutrons, déterminent tous dans le verre de silice l'apparition de bandes d'absorption centrées généralement sur 2 140 ou 5 200 Å, pourvu que l'énergie reçue par l'échantillon sous forme de radiations soit suffisante. P. W. Levy signale aussi [10] la formation d'un centre de couleur subsidiaire, à 2 420 Å, centre que A. J. Cohen [11] considère comme provoqué spécifiquement par les neutrons. Néanmoins, cette bande ne doit pas être confondue avec celle, de même longueur d'onde, existant, avant toute irradiation, dans la plupart des verres de silice et qu'on sait, depuis les

travaux récents de V. Garino-Canina [12], être liée à la présence de traces de germanium.

Au sujet de ces bandes provoquées, nous avons pu constater que des échantillons de verre de silice préparés par nos soins, et soumis au traitement thermoélectrique défini ci-dessus [5], ne se coloraient pas du tout, ou très peu, dans le spectre visible, par irradiation aux neutrons dans la pile de Saclay. Plus précisément, la bande d'absorption dont le maximum se place aux alentours de 5 200 Å n'est pas apparue après une irradiation de $1,6.10^{18}$ neutrons par cm^2, ce chiffre englobant les neutrons thermiques et les neutrons rapides. Dans le même temps, les témoins n'ayant subi le traitement thermoélectrique ont pris une teinte bleue-violette intense (1). Un examen au spectrophotomètre montre que l'apparition des centres à 2 140 Å est un peu moins inhibée. La figure jointe résume ces observations.



COURBE 1. — Silice « Quartz et Silice » non irradiée n'ayant pas subi de traitement épaisseur 10 mm.

COURBE 1'. — La même non irradiée, chauffée 15 j. à 1 150 °C. Épaisseur 10 mm.

COURBE 2. — Silice « Quartz et Silice » non traitée et irradiée. Épaisseur 7 mm.

COURBE 3. — Silice « Quartz et Silice » ayant subi le traitement thermo-électrique puis irradiée. Épaisseur 5 mm.

Dose d'irradiation $1,65.10^{18}$ n/cm^2.

Sur des échantillons préparés à partir de morceaux de cristal de roche suffisamment gros (dimensions de l'ordre du centimètre) pour que la trace de leurs anciennes limites soit facilement visible à l'œil nu, nous avons enfin remarqué que les zones qui étaient superficielles avant fusion se coloraient moins sous l'action des neutrons, et toutes choses égales par ailleurs, que celles constituant, avant fusion, le cœu des grains.

L'étude du mécanisme de ces inhibitions fait l'objet de travaux en cours. Une note ultérieure en rendra compte.

Nous tenons à remercier M. Henri George, Directeur Général de la Société « Quartz et Silice », grâce à qui ces travaux ont pu être effectués et publiés.

Lettre reçue le 19 septembre 1957.

(1) Ceci fait l'objet de l'addition demandée le 12 avril 1957 sous le n° provisoire 736.276, au brevet français n° 1.123.264 délivré le 4 juin 1956, à la Société « Quartz et Silice ».

BIBLIOGRAPHIE

[1] TERRIEN (J.), Transparence de la silice fondue dans l'ultra-violet extrême. *Rev. Optique*, août 1936, **15**, 258-262.

[2] TSUKAMOTO (M. K.), Transparence des quartz colorés pour l'ultra-violet. *Rev. Optique*, novembre 1927, n° **11**, 478-481.

[3] TSUKAMOTO (M. K.), Sur la transparence de la silice fondue pour les radiations ultraviolettes. *C. R. Acad. Sc.*, 1927, **185**, 55, 57.

[4] GILLES (A.), Variations, en fonction de la température, de la transparence du quartz dans l'ultra-violet de Schumann. *C. R. Acad. Sc.*, 1952, **234**, n° 8, 822-824.

[5] GARINO-CANINA (V.), Contribution à la connaissance de la silice vitreuse. *Thèse*, Paris, 1955.

[6] FORMAN (J.), Une étude des centres colorés produits dans le quartz par irradiation aux rayons X. *J. Opt. Soc. Amer.*, juin 1951, 377-380.

[7] YOKOTA (R.), Thermoluminescence du quartz et de la silice fondue colorés par irradiation aux rayons X. *Phys. Rev.*, U. S. A., 1953, **91**, n° 4, 1013-1014.

[8] GRAFF (W. A.), Note sur la décoloration de la silice fondue après exposition aux radiations du strontium 90. *Glass Technology Lab.*, 5 novembre 1954.

[9] LEVY (M.) et VARLEY (J. H. O.), Formation de centres colorés dans la silice fondue, par irradiations, *Proced. Phys. Soc.*, 1955, **68**, n° 424 B, 223-233.

[10] LEVY (P. W.), Reactor and gamma rays induced coloring in crystalline quartz and Corning fused silica. *J. Chem. Phys.*, U. S. A., 1955, **23**, n° 4, 764-765.

[11] COHEN (A. J.), A neutron specific color center in fused silica and an impurity band of identical wave length. *Bull. Amer. Phys. Soc.*, Ser. II, 1956, **1**, 136 (R-8).

[12] GARINO-CANINA (V.), La bande d'absorption à 2 420 Å de la silice vitreuse : impureté germanium et perte d'oxygène. *C. R. Acad. Sc.*, 1956, **242**, 198.

UTILISATION DES ÉTINCELLES GLISSANTES POUR L'ANALYSE SPECTROCHIMIQUE DANS L'ULTRAVIOLET LOINTAIN POSSIBILITÉ DE DÉTECTION ET DOSAGE DU PHOSPHORE DANS LE CUIVRE ET DANS LES ALLIAGES D'ALUMINIUM

Par M. Jacques ROMAND et Mlle Germaine BALLOFFET,
Laboratoire des Hautes Pressions, Bellevue (Seine-et-Oise).

On sait que l'étincelle glissante dans le vide émet le spectre d'atomes fortement ionisés et nous avons montré par ailleurs [1] que, d'une façon générale, des raies sensibles sont émises par les ions ne possédant plus qu'un ou deux électrons sur la couche périphé-

rique. Cette remarque est particulièrement intéressante dans le cas des éléments ayant des électrons p de valence (comme les métalloïdes), qui donnent dans les conditions habituelles d'excitation, des raies peu sensibles dans les régions spectrales usuelles.

Le soufre et le phosphore rentrent dans cette catégorie et nous avons montré [2], [3], [4] que la recherche de ces éléments dans les aciers est possible en utilisant l'étincelle glissante comme source. Les raies sensibles se trouvent dans l'ultraviolet lointain, ce qui ne présente pas d'inconvénient de principe puisque la source fonctionne dans le vide. Il nous a semblé intéressant d'étendre ces travaux à la recherche du phosphore dans d'autres éléments de base que le fer, et nous donnons ici les résultats obtenus dans le cas du cuivre et des alliages d'aluminium, pour lesquels il est relativement facile de se procurer des échantillons contenant des traces de phosphore dont la concentration est donnée par un dosage chimique. Les mesures spectroscopiques ont été faites par photométrie photographique, en utilisant l'appareillagr précédemment décrit [3].

Dans le cas du cuivre les résultats sont analogues à ceux précédemment obtenus pour les aciers et les points représentant la différence des densités optiques de la raie 1 117,98 Å de P_V et d'une raie du cuivre utilisée comme étalon, en fonction du logarithme de la concentration en phosphore, se groupent au voisinage d'une droite moyenne (à l'exception d'un seul sur sept échantillons utilisés, dont la concentration varie de 110 à 330 ppm). Les écarts entre ces points expérimentaux et la droite restent inférieurs à $\pm$ 15 % de la concentration, ce qui est compatible avec la précision du dosage chimique. — Dans les conditions où nous avons opéré, la raie 950,67 Å de P_{IV} est moins sensible et conduit à des écarts plus grands que la raie 1 117,98 Å de P_V. Enfin la raie 1 128 Å de P_V est inutilisable par suite de la proximité d'autres raies intenses. — La limite de sensibilité paraît nettement inférieure à 100 ppm.

Les échantillons d'alliage d'aluminium dont nous disposions (AS 13) contenaient 13 % de silicium (1). Dans ces conditions la raie 1 128 Å de P_V est inutilisable par suite du voisinage de la raie intense 1 128,32 du silicium Si IV. La raie 950,67 Å de P_{IV}, quoique visible, est trop faible pour pouvoir être utilisée dans la gamme de concentrations dont nous disposions. Par contre, nous pouvons utiliser la raie 1 117,98 Å de P_V, qui est théoriquement la plus sensible. Nous remarquerons que cette raie n'est située qu'à 0,8 Å de la raie 1 118,80 de Al IV. Cette dernière raie est faible et n'est pas gênante avec la dispersion de notre spectrographe (8 Å/mm).

Les points représentant la densité de la raie 1 117,98 en fonction du logarithme de la concentration se groupent au voisinage d'une droite, avec des écarts inférieurs à $\pm$ 20 % de la concentration, pour 9 échantillons sur les 11 utilisés (les concentrations étant comprises entre 8 et 125 ppm). Ce résultat peut être considéré comme satisfaisant, compte tenu de la difficulté des dosages chimiques pour ces faibles concentrations.

La limite de sensibilité est assez basse, la raie de P_V étant encore nettement visible sur des échantillons ne contenant que 3 ppm de phosphore.

Au point de vue pratique la précision des mesures sera certainement améliorée par l'emploi d'un dispositif photoélectrique pour la réception. En effet la densitométrie des raies est difficile, car l'intensité n'est pas constante sur toute la hauteur du spectre, en raison d'une part de la nature même de l'étincelle glissante, et d'autre part du fait que cette étincelle est placée relativement près de la fente, sans aucun dispositif focalisateur ; pour ces courtes longueurs d'onde on ne pourrait utiliser qu'un miroir dont le faible pouvoir réflecteur entraînerait une trop grande perte d'énergie. Les mesures ont toujours été faites avec un spot explorateur de petites dimensions et en utilisant la région de densité maximum de la raie.

Nous remarquerons que la sensibilité est nettement plus grande dans le cas de l'aluminium que pour le cuivre ou le fer. Une évaluation grossière montre que des raies de densités voisines sont obtenues avec des concentrations dans un rapport de 10 environ. Par ailleurs, à concentrations égales, il y a environ trois fois moins d'atomes de phosphore par unité de volume dans les électrodes d'aluminium que dans les électrodes de fer. Mais les électrodes de fer s'usent moins vite que celles d'aluminium et l'on pourrait penser qu'une plus grande quantité est vaporisée dans ce dernier cas. Cependant l'évaluation de la quantité de matière participnt à l'émission est difficile, car, particulièrement dans le cas de l'aluminium, de grosses particules sont arrachées et ne sont pas vaporisées dans l'étincelle.

Il semble donc que l'interprétation de la différence des sensibilités ne puisse être faite uniquement en considérant cet effet d'usure, mais qu'il soit nécessaire de faire intervenir les différences de composition du plasma dans les deux cas. Des expériences sont actuellement en cours en vue d'éclaircir cette question.

Lettre reçue le 23 octobre 1957.

(1) Nous sommes heureux de remercier M. Kuhn, du Centre Technique des Industries de la Fonderie, qui nous a aimablement fourni des échantillons dosés.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Balloffet (G.) et Romand (J.), *C. R. Acad. Sc.*, 1956, **242**, 1964.
[2] Balloffet (G.) et Romand (J.), *J. Physique Rad.*, 1955, **16**, 490.
[3] Romand (J.) et Balloffet (G.), Communication au 18e Congrès du G. A. M. S., Paris, 1955, p. 191.
[4] Romand (J.), Balloffet (G.) et Vodar (B.), Communication au 6e Colloque International de Spectroscopie, Amsterdam, 1956. *Spectrochimica Acta* (en cours d'impression).

LA GRAVITATION EN THÉORIE MICROPHYSIQUE NON LINÉAIRE

Par Jean-Louis Destouches,
Institut Henri-Poincaré, Paris.

A partir des notions de système physique et de corpuscule [1], on est conduit à admettre qu'un cor-

puscule est représenté par une fonction u dite onde physique qui obéit à une équation de la forme

$$\mathcal{E}(u, \nabla) = Q(u, \nabla) \quad (1)$$

si $\mathcal{E}(\psi, \nabla) = 0$ est l'équation linéaire de la mécanique ondulatoire du problème correspondant.

Si nous considérons un corpuscule fondu de spin maximum 2, par combinaisons linéaires de composantes u_{iklm} de la fonction d'onde physique u on peut former divers tenseurs Φ_A et χ_A qui obéissent à des équations qui sont des conséquences de (1) et qui sont analogues aux équations de l'électromagnétisme dérivant de la théorie non linéaire du photon [2]. Ces équations se groupent en systèmes (S_j) correspondant aux valeurs j égales à 2, 1, 0, du spin. Le système (S_2) a la forme (avec sommation sur l'indice répété)

$$(S_2) \begin{cases} \partial_\mu \Phi_{(\nu\rho)} - \partial_\nu \Phi_{(\mu\rho)} = -\chi_{[\mu\nu]\rho} \\ \partial^\rho \Phi_{[\rho\mu]\nu} = -\chi_{(\mu\nu)} \\ \partial_\mu \Phi_{[\rho\sigma]\nu} - \partial_\nu \Phi_{[\rho\sigma]\mu} = \chi_{([\mu\nu][\rho\sigma])} \end{cases}$$

où l'on a posé

$$\chi_A =_d M \Phi_A + Q_A$$

où A désigne une suite d'indices, de parenthèses et crochets, et où

$$M = \frac{1}{\hbar} \mu_0 c$$

μ_0 étant la masse du corpuscule fondu. Les Φ_A sont des combinaisons linéaires des u_{iklm} et les Q_A sont des combinaisons linéaires semblables des composantes du terme non linéaire Q de l'équation fondamentale (1).

Les équations (S_2) sont les équations non linéaires des champs associés au graviton (corpuscule de spin 2) en théorie fonctionnelle (comme les champs électromagnétiques sont associés au photon). A ces champs on peut associer des potentiels de gravitation $g_{(\mu\nu)}$ par ces conditions :

1° Les $g_{(\mu\nu)}$ sont des fonctions à indices symétriques de l'onde physique u d'un corpuscule fondu de spin maximum 2.

2° Les $g_{(\mu\nu)}$ sont des combinaisons linéaires des composantes u_{iklm} de l'onde physique u et des composantes des termes non linéaires Q de l'équation (1).

3° La divergence de $g_{(\mu\nu)}$ n'est pas nulle en général, même à l'approximation linéaire.

4° La liaison entre $g_{(\mu\nu)}$ et les divers champs Φ et χ doit être le plus simple possible.

Ces conditions conduisent à poser

$$g_{(\mu\nu)} = A \sum_{1}^{4}{}_{\rho} \chi_{([\mu\rho][\nu\rho])} + BQ_{(\mu\nu)}.$$

Les liaisons entre $g_{(\mu\nu)}$ et les champs Φ et χ sont les plus simples pour $B = A$. La constante A dépend des unités adoptées, on peut les choisir pour $A = 1$. Les $g_{(\mu\nu)}$ sont ainsi les composantes d'un champ tensoriel associé à l'onde u du graviton se propageant dans l'espace-temps de Minkowski.

On peut considérer $g_{(\mu\nu)}$ comme le tenseur fondamental d'un espace de Riemann à métrique complexe (ou bien $g_{(\mu\nu)} + g^*_{(\mu\nu)}$ comme tenseur fondamental d'un espace de Riemann réel). Les grandeurs géométriques de cet espace se calculeront à partir de ces $g_{(\mu\nu)}$, en particulier le tenseur de Ricci $R_{\mu\nu}$.

On peut alors imposer que la loi de la gravitation de la relativité générale

$$R_{(\mu\nu)} = \lambda\, g_{(\mu\nu)}$$

est satisfaite. Ceci détermine partiellement les termes non linéaires Q demeurés jusqu'ici indéterminés, de même que la loi d'extremum de Born et Infeld détermine les termes Q de la partie électromagnétique (spin 1). Par raccordement avec la théorie linéaire édifiée autrefois par MM. Louis de Broglie, Petiau, Mme Tonnelat [3], on a

$$\lambda = -1/2\, M^2.$$

Si l'on néglige l'aspect corpusculaire pour ne considérer que l'aspect champ, et si l'on fait une moyenne pour passer au niveau macroscopique, on obtient la théorie de Rosen [4]. La théorie fonctionnelle du corpuscule de spin maximum 2 fournit ainsi une théorie unitaire microscopique non linéaire de la gravitation et de l'électromagnétisme.

Au lieu de se limiter à la gravitation et à un espace de Riemann, il faut relier l'ensemble des champs liés à l'onde u à une théorie unitaire non linéaire, notamment à la théorie unitaire d'Einstein dans un espace à connexion affine. Les formules de cette théorie viennent déterminer la forme des termes non linéaires Q. On a donc ainsi les éléments d'une théorie unitaire des corpuscules et des champs, de la gravitation et de l'électromagnétisme. Si l'on néglige l'aspect corpusculaire pour ne considérer que les champs, il reste seulement l'aspect donné par les théories relativistes généralisées.

Lettre reçue le 26 octobre 1957.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Destouches (J. L.), *J. Physique Rad.*, 1952, **13**, 354-358 et 385-391 ; 1956, **17**, 475. La quantification en théorie fonctionnelle des corpuscules (Gauthier-Villars, 1956). Aeschlimann (F.), *J. Physique Rad.*, 1952, **13**, 600-604 ; 1954, **15**, 752 ; 1957, **18**, 523-526 ; *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **244**, 3034-3036. Recherches sur la notion de système physique (Thèse pour le Doctorat ès Sciences, juin, 1957, Paris).

[2] Destouches (J. L.) et Aeschlimann (F.), *J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 632.

[3] Broglie (Louis de), *C. R. Acad. Sc.*, 1941, **212**, 657 ; La théorie des particules à spin (Gauthier-Villars, Paris, 1952). Tonnelat (Mme), *C. R. Acad. Sc.*, 1941, **212**, 187, 263, 384, 430, 687. ; *Ann. Physique*, 1942, **17**, 158-208. Petiau (G), *J. Physique Rad.*, 1942.

[4] Rosen (N.), *Phys. Rev.*, 1940, **57**, 147, 150, 154.

PRODUCTION D'UN FAISCEAU CONTINU D'IONS DE 12 mA

Par J. Coutant, F. Prévot et R. Vienet,
C. E. N., Saclay.

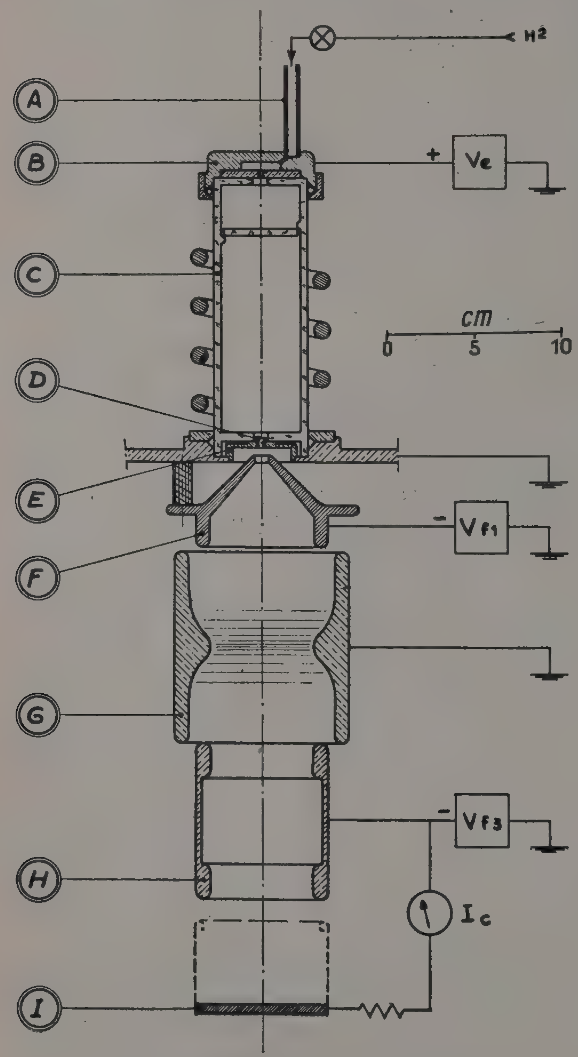


Fig. 1. — Ensemble de la source d'ions et du dispositif de focalisation du faisceau.

A : Admission de gaz.
B : Capuchon formant anode.
C : Ampoule de quartz.
D : Canal d'extraction (inox).
E : Diaphragme d'extraction (aluminium).
F : Première électrode (graphite).
G : Deuxième électrode (inox).
H : Troisième électrode (inox).
I : Cible (graphite).

Une source d'ions continue a été mise au point avec son dispositif de focalisation du faisceau. Elle est caractérisée par la possibilité d'obtenir un courant d'ions intense pour une puissance consommée et un débit de gaz relativement bas.

La source est du type haute fréquence (20 MHz). L'ampoule est en quartz. L'admission de gaz se fait à la partie supérieure sur un capuchon métallique qui joue également le rôle d'anode. A la partie inférieure, l'extraction du faisceau se fait par un canal en acier inoxydable de 3 mm de diamètre intérieur (*fig.* 2). La tension d'extraction est appliquée entre ce canal (potentiel 0) et l'anode.

L'obtention d'un faisceau aussi intense que possible se heurte au phénomène de charge d'espace particulièrement sensible à basse énergie et qui exerce à la fois une action d'autolimitation du courant et de divergence du faisceau extrait. Il est donc nécessaire d'accélérer les ions sur une faible distance, immédiatement en dessous du canal d'extraction, ce qui nous a conduit à donner à la première électrode la forme conique représentée sur la figure 1. Le champ ainsi créé atteint 30 kV/cm et communique aux ions une énergie de 25 keV. La convergence de la lentille formée par cette électrode et le canal d'extraction est néanmoins insuffisante pour assurer à elle seule la focalisation du faisceau.

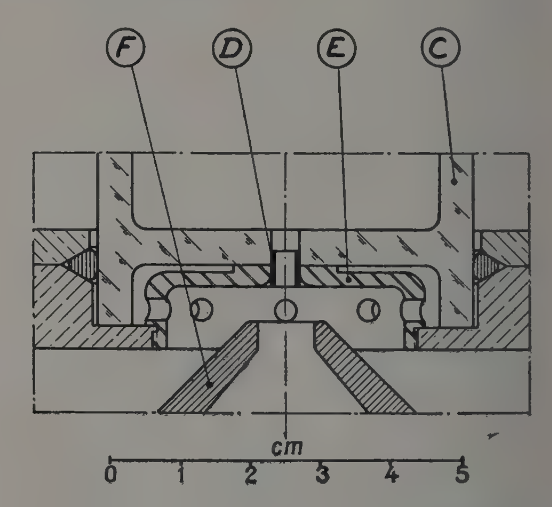


Fig. 2. — Détail du dispositif d'extraction.

Une lentille supplémentaire est donc nécessaire. Sa convergence doit être grande avec des tensions maniables, ce que réalise le système suivant : Après la première électrode, de charge d'espace, une seconde électrode qui sera mise pour des raisons de simplicité au potentiel de la masse ralentit le faisceau ; les phénomènes de charge d'espace à ce niveau ne sont plus gênants, le diamètre du faisceau étant d'ailleurs beaucoup plus grand qu'au niveau de l'extraction. La troisième électrode est à un potentiel fortement négatif.

Nous avons ainsi focalisé, par exemple, un faisceau de 7 mA pour une puissance consommée par l'oscil-

lateur de 700 W et un débit d'hydrogène de 75 cm^3 T. P. N./heure avec les tensions suivantes :

— Extraction : + 3 kV.
— Première électrode : — 15 kV.
— Troisième électrode : — 70 kV.

Nous avons pu mettre en évidence, du moins pour des densités de plasma pas trop intenses, une influence notable de la tension d'extraction sur la convergence de la lentille formée par le plasma et le canal d'extraction, et par suite sur l'angle d'émission du faisceau.

Cette source est suceptible de fournir jusqu'à 12 mA (avec le canal de 3 mm). Elle fonctionne dans notre laboratoire depuis deux mois totalisant près de 150 heures de marche dont 30 consécutives. L'ensemble est suceptible de fonctionner sous pression.

Ce travail a été fait au Service de Physique Appliquée dirigé par M. S. D. Winter. M. G. Rommel a participé activement aux discussions sur la source d'ions.

Lettre reçue le 31 octobre 1957.

REVUE DES LIVRES

Broglie (L. de), **Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs**, 1 vol. de 208 p., 16 × 25 cm, broché, Gauthier-Villars, Paris 1957, 2 900 F.

Signalons une réédition de cet important ouvrage où M. de Broglie reprend l'exposé de la mécanique ondulatoire du photon (théorie où le photon est considéré comme provenant de la fusion de deux corpuscules de Dirac, de spin 1/2, le neutrino et l'antineutrino) et compare ses résultats avec ceux de la théorie quantique des champs (théorie due à Fermi, Heisenberg, Pauli etc., où l'on introduit des relations d'anticommutation dans les équations aux dérivées partielles des champs). La première édition, épuisée, est de 1949.

J. Winter.

Goudet (G.) et Meuleau (C.), **Les semi-conducteurs, diodes, transistors et autres applications**, 1 vol., 16 × 25 cm, 436 p., 108 fig., Eyrolles, Paris, 1957, 5 500 F.

Ce livre ne contient pas seulement un exposé complet des différentes applications récentes des propriétés des semi-conducteurs aux thermistors, varistors, diodes à cristal et redresseurs, triodes et tétrodes à cristal, cellules photoélectriques et phototransistors ; exposé qui en ferait un livre d'un intérêt certain pour tous les ingénieurs spécialisés dans cette branche de la technique. Il contient en plus dans sa première partie qui occupe plus de la moitié de l'ouvrage, un exposé très clair des bases de physique théorique nécessaires pour comprendre le comportement des semi-conducteurs. Cette partie théorique fait de ce livre un véritable manuel de physique moderne.

A. Langevin.

Legras (J.), **Techniques de résolution des équations aux dérivées partielles.** — Équation de la chaleur. — Équation de Laplace. — Équation des ondes. (1 vol. broché, 14 × 22 cm, xvi + 180 pages, Dunod, Paris, 1956, 1 450 F.).

Parcourons la table des matières...

Au chapitre I « Quelques propriétés des équations aux dérivées partielles linéaires », nous trouvons l'énoncé du problème de Cauchy et la définition des caractéristiques.

Le chapitre II « Équation de la chaleur », nous place dans le vif du sujet, en résolvant quelques problèmes simples de propagation unidimensionnelle de la chaleur, successivement par la méthode de séparation des variables (x et t), par la méthode d'identification et par la méthode des différences finies avec calcul pas-à-pas.

Les chapitres III, IV et V sont consacrés à l'équation de Laplace (à deux variables). Après une révision rapide de la théorie des fonctions analytiques, on examine divers procédés de résolution, classés en trois catégories : méthodes algébriques (transformations conformes, séparation des variables, usage des fonctions de Green), méthodes analogiques (membrane élastique, cuve rhéographique) et méthodes numériques (résolution globale, directe ou par approximations successives ; emploi des réseaux électriques ; usage du procédé de relaxation).

L'étude de l'équation des ondes (toujours à deux variables) occupe le chapitre VI. Les techniques de résolution utilisées sont la méthode des caractéristiques (avec le procédé Bergeron, qui en est une adaptation graphique), et la méthode des solutions particulières, dans le cas où les variables se séparent. Lorsqu'on tient compte d'un amortissement, l'équation des ondes devient celle des télégraphistes, à laquelle est appliquée la méthode des différences finies.

Pour conclure, le chapitre VII montre comment certaines techniques utilisées pour les équations à deux variables peuvent s'appliquer à des équations à un plus grand nombre de variables. Les exemples choisis sont : l'équation des ondes et l'équation de Laplace à trois variables, et l'équation de la chaleur à trois et quatre variables.

L'ouvrage, conçu sans doute pour l'enseignement supérieur, ne laissera pas d'intéresser et de secourir bien des ingénieurs et chercheurs.

M. Jessel.

Heisenberg (W.), **Les principes physiques de la théorie des quanta** (traduit de l'allemand par Champion (B.) et Hochard (E.). 1 vol., 16 × 25 cm, 124 pages, 22 figures, 2 planches, Gauthier-Villars, Paris, 1957, 1 200 F. Signalons un nouveau tirage de la traduction de cet ouvrage célèbre, où Heisenberg a exposé systématiquement ses idées qui bouleversèrent la physique atomique (édition originale, 1930).

J. Winter.

INFORMATIONS

Union Internationale de Physique pure et appliquée. — L'Union Internationale de Physique Pure et Appliquée, fondée en 1922, a tenu à Rome, du 17 au 20 septembre 1957 sa neuvième Assemblée Générale. Elle a enregistré les adhésions des Comités de Physique de l'U. R. S. S., d'Autriche et de Bulgarie, ce qui porte à 30 le nombre des pays adhérents à l'Union. Son comité exécutif a été constitué comme suit, pour la période 1957-1960 :

Président, E. Amaldi (Rome). *Anciens Présidents*, N. F. Mott (Cambridge, U. K.), M. Siegbahn (Stockholm). *Vice-Présidents*, J. de Boer (Amsterdam), R. B. Brode (Berkeley), M. Kotani (Tokio), J. H. Van Vleck (Cambridge, Mass.), G. Herzberg (Ottawa), A. Joffé (Léningrad), E. Rasmussen (Copenhague), H. Staub (Berne), F. C. A. Trendelenburg (Erlangen), J. Weyssenhoff (Cracovie). *Secrétaire Général*, P. Fleury (Paris).

Huit Commissions spécialisées ont reçu mission de développer la coopération internationale dans les domaines indiqués ci-après. (Nous indiquons pour chacune les noms des présidents (P) et des secrétaires (S) désignés, avec l'adresse de ces derniers.)

Symboles, unités, nomenclature. (P) : H. H. Nielsen (Columbus, Ohio). (S) : J. de Boer, Finsenstraat 28, Amsterdam (Pays-Bas).

Thermodynamique et Mécanique statistique. (P) : J. Yvon (Paris). (S) : G. Careri, Università di Padova, Istituto di Fisica, Via F. Marzola 8, Padova.

Rayons Cosmiques. (P) : B. Rossi (Cambridge, Mass.). (S) : C. F. Powell, H. H. Wills Physical Laboratory, Royal Fort, Bristol 8.

Très Basses Températures. (P) : C. J. Gorter (Leiden). (S) : D. Shoenberg, Cavendish Laboratory, Cambridge, U. K.

Publications. (P) : J. H. Awbery (Londres). (S) : G. A. Boutry, 292, rue Saint-Martin, Paris, 3e.

Acoustique. (P) : W. Furrer (Berne). (S) : C. W. Kosten, Mijnbouwplein 11, Delft, Pays-Bas.

Physique des solides. Cette Commission comporte trois sous-groupes :

A. Études générales. (P) : J. C. Slater (Cambridge, Mass.), U. S. A. (S) : C. Kittel, Department of Physics., University of California Berkeley 4, California, U. S. A.

B. Semi-conducteurs. (P) : A. Joffé (Léningrad). (S) : R. A. Smith, Royal Radar Research Establishment, Malvern, U. K.

C. Magnétisme. (P) : L. Néel (Grenoble). (S) : L. F. Bates, Department of Physics, University of Nottingham U. K.

Physique des hautes énergies. (P) : C. J. Bakker (C. E. R. N. Genève). (S) : R. E. Marshak, University of Rochester, Rochester, N. Y., U. S. A.

La création d'une *Commission de Physique nucléaire* (basses énergies) et éventuellement celle d'une Commission d'*Électronique* sont à l'étude.

Il existe en outre une *Commission internationale d'Optique*, affiliée à l'Union de Physique (P) : S. S. Ballard (San Diego). (S) : W. D. Wright, Imperial College, South Kensington, Londres S. W. 7).

Enfin, l'Union reste représentée au *Conseil International des Unions Scientifiques*, et aux Commissions mixtes de ce Conseil pour la *Spectroscopie*, la *Radioactivité appliquée* et *l'Ionosphère.*

Il a été décidé d'accorder le patronage de l'Union aux réunions prévues en 1958 et indiquées ci-après. Les noms et adresses entre parenthèses sont ceux des personnes ou des organismes pouvant fournir des informations sur ces colloques. La réunion sur la Magnétisme, prévue à New-Delhi en janvier 1958, est ajournée. Sont prévues, en 1958.

1. 6-9 mai 1958, Bruxelles, « *Optique en Métrologie* » (Comité Belge d'Optique, 128, rue du Sport, Gand).
2. 19-26 mai, Léningrad, « *Propriétés mécaniques des solides non métalliques* » (Prof. M. V. Volkenstein, chef de Laboratoire de l'Institut des Polymères de l'Académie à Léningrad).
3. 2-7 juin, Bruxelles, « *Physique de l'état solide et ses applications à l'électronique et aux télécommunications* » (Société Belge de Physique, Loverval, Belgique).
4. 23-28 juin, Leiden, « *Très Basses Températures* » (Prof. C. J. Gorter, Nieuwsteeg, Leiden).
5. 30 juin-5 juillet, Genève (Suisse), « *Physique nucléaire des hautes énergies* » (C. E. R. N., Aéroport de Cointrin, Genève).
6. 2-5 juillet, Grenoble, « *Ferri et antiferromagnétisme* » (Prof. L. Néel, Institut Fourier, place du Doyen-Gosse, Grenoble).
7. 7-12 juillet, Paris, « *Radioactivité et physique nucléaire* », (M. F. Netter, C. E. N., B. P. n° 2, Gif-sur-Yvette, Seine-et-Oise).
8. 25-29 juillet, Paris, « *Discrimination chromatique* » (en liaison avec les Unions de Biologie (organisatrice), de Physiologie et de Biochimie) (Prof. H. Piéron, Collège de France, place M. Berthelot, Paris, 5e).
9. 18-22 août, Rochester (N. Y.), « *Semi-conducteurs* (Études de base) » (Dr. Malcolm H. Hebb, General Electric Research Laboratory, P. O. Box 1088, Schenectady, N. Y., U. S. A.).
10. 25-29 août, Geneva (N. Y.), « *Electronic properties of metals at low Temperatures* » (M. D. Fiske, Planning Committee, P. O. Box 1088, Schenectady, N. Y., U. S. A.).

L'Assemblée Générale a envisagé le problème d'une aide aux Nations sous-développées en ce qui concerne les progrès de la Physique. Elle a reconnu la grande importance des Écoles Internationales en Physique.

Pour toutes informations complémentaires, s'adresser aux Secrétaires de Commissions et aux organisateurs de Colloques désignés ci-dessus, ou (en ce qui concerne le travail général de l'Union), à son Secrétariat : 3, boulevard Pasteur, Paris, 15e.

Colloque de photographie corpusculaire. — Le 2e Colloque international de photographie corpusculaire se tiendra à l'Université de Montréal du 31 août au 8 septembre 1958. La participation a lieu sur invitation. Pour renseignements, s'adresser au professeur Pierre Demers, Institut de physique, Université de *Montréal*, province de Québec, Canada.

RÉSUMÉS DES ARTICLES

Études sur la transmutation $^{241}Am \underset{\gamma}{\overset{\alpha}{-}} {}^{237}Np$, par Salomon Rosenblum, Manuel Valadares, Laboratoire de l'Aimant-Permanent, à Bellevue et John Milsted, Atomic Energy Research Establishment, Harwell (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 609). — Un certain nombre de travaux sur la structure fine α et le spectre d'électrons de conversion émis par $^{241}Am \underset{\gamma}{\overset{\alpha}{-}} {}^{237}Np$ ont paru depuis 1948. Nous comparons dans cette publication nos résultats à l'ensemble des travaux dans ce domaine.

Méthode des émulsions nucléaires courbées, par J. Heidmann, Laboratoire de Physique, École Polytechnique Paris (*J. Physique Rad.*, 1957, **12**, 625). — Nous décrivons une méthode permettant de discriminer les traces parasites enregistrées dans des émulsions nucléaires simplement en courbant celles-ci.

Représentation corpusculaire du champ vectoriel et comparaison au champ de spin maximum 1 de la théorie de fusion, par K. H. Tzou, Institut Henri-Poincaré, Paris (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 619). — Le champ vectoriel général est formulé dans une représentation matricielle avec une équation d'ondes du premier ordre. On y montre la façon dont se mélangent les spins 1 et 0. Dans cette représentation, le champ vectoriel obéit à une loi algébrique qui est différente de celle des champs irréductibles de spin 1 et 0, bien que ceux-ci soient ses deux composantes. Cette algèbre constitue donc une nouvelle possibilité dans la formulation de la théorie générale des spins 1 et 0. Une comparaison est faite entre le champ vectoriel et le champ de spin maximum 1 de la théorie de fusion en ce qui concerne leur structure interne à l'égard des états de spin.

Propriétés optiques et diélectriques de la boracite, par Yves Le Corre, Laboratoire de Physique Théorique, Collège de France, Paris (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 629). — La boracite, $Mg_3B_7O_{13}Cl$, semble ferroélectrique : les domaines sont sensibles à l'application du champ électrique ; la constante diélectrique présente une brusque discontinuité à 265 °C ; le cycle d'hystérésis est visible, au-dessous de la transition. Les impuretés du minéral peuvent expliquer la faible polarisation rémanente observée (0,002 μC/cm²).

L'électromagnétisme non linéaire et les photons en théorie fonctionnelle des corpuscules, par Florence Aeschlimann et Jean-Louis Destouches, Institut Henri-Poincaré, Paris (*J. Physique Rad.*, 1957, **12**, 632). — On établit qu'à partir des équations non linéaires du photon (théorie fonctionnelle), au moyen de combinaisons linéaires sur ces équations, définies par les opérateurs fondamentaux du photon de M. Louis de Broglie, on obtient les équations de l'électromagnétisme non linéaire de Mie ou de Born. Les champs magnétiques et électriques sont définis exactement comme dans la théorie du photon de M. Louis de Broglie, tandis que les inductions sont définies par d'autres termes linéaires selon les secondes définitions des champs de M. Louis de Broglie. Les polarisations et les expressions qui en dérivent sont seules exprimées au moyen des termes non linéaires. De cette façon on peut construire une théorie microphysique qui unifie la théorie linéaire du photon de M. Louis de Broglie et l'électromagnétisme non linéaire de Mie ou de Born.

ABSTRACTS OF THE PAPERS

Use of curved nuclear photographic emulsions, by J. HEIDMANN, Laboratoire de Physique, École Polytechnique, Paris (*J. Physique Rad.*, 1957, **12**, 625). — We describe a method for discriminating background tracks in nuclear photographic emulsions. It works by simply bending the emulsions.

Optical and dielectric study of boracite, by Yves LE CORRE, Laboratoire de Physique Théorique, Collège de France, Paris (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 629).—Boracite, $Mg_3B_7O_{13}Cl$, seems to be a ferroelectric : its domains are sensitive to the application of an electric field ; the dielectric constant shows a sudden discontinuity at 265 °C ; the hysteresis cycle is visible, just below the transition.

The impurities of the mineral may explain the observed weak remanent polarization (0,002 μC/cm²).

On the transmutation ^{241}Am $\frac{\alpha}{\gamma}$ ^{237}Np, by Salomon ROSENBLUM, Manuel VALADARES, Laboratoire de l'Aimant-Permanent, à Bellevue and John MILSTED, Atomic Energy Research Establishment, Harwell (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 609). — Several papers on α fine-structure and conversion electrons of ^{241}Am $\frac{\alpha}{\gamma}$ ^{237}Np have been published since 1948. In our paper we give an up-to-date survey of all known contributions including our latest results.

Corpuscular representation of the vector field, and comparison with the field of maximum spin 1 of the fusion theory, by K. H. TZOU, Institut Henri-Poincaré, Paris (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 619). — The general vector field is formulated in a matrix representation with a first-order wave equation. It is then shown explicitly how its two spin states 1 and 0 are mixed together. On the other hand, the general vector field obeys an algebric law which is different from that of the irreducible fields of spin 1 and 0, though these fields are just the two spin components of the general vector field. This algebra constitutes therefore a new way in the formulation of a general mixed theory of the spins 1 and 0. Finally, a comparison is made between the general vector field and the field of maximum spin 1 of the fusion theory as concerning their internal structure with regard to spin states.

Non linear electromagnetism and photons in the functional theory of particles, by Florence AESCHLIMANN and J. L. DESTOUCHES, Institut Henri-Poincaré, Paris (*J. Physique Rad.*, 1957, **12**, 632). — It is shown that Mie's or Born's equations of non linear electromagnetism areobtained from the non linear equations of the photon (functional theory), by means of linear combinations of these equations-defined by the fundamental operators of the Louis de Broglie photon. The magnetic and electric fields are defined exactly as in Louis de Broglie's theory of photon whereas the inductions are defined by other linear terms according to the second definitions of the fields by Louis de Broglie. Only the polarisations and the expressions deriving from them are expressed by means of non linear terms. In this way a microphysical theory can be constructed, which unifies Louis de Broglie's linear theory of the photon and Mie's or Born's non linear electromagnetism.